SOLUCIONARIO

Razonamiento matemático

4.°

Editorial San Marcos





ACTIVIDADES DE RAZONAMIENTO (página 13)

1 Tenemos

$$\begin{array}{c|c} A & B \\ \hline 8 & 7 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{r} A = 7B + 8 \\ A - 7B = 8 \end{array}$$

Sabemos: $A + B = 136$

Planteando el sistema de ecuaciones:

$$\left.\begin{array}{l} A + B = 136 \\ A - 7B = 8 \end{array}\right\} -$$

$B - (-7B) = 136 - 8$

$8B = 128$

$B = 16 \Rightarrow A = 120$

$\therefore A - B = 120 - 16 = 104$

Clave D

2 Del enunciado tenemos:

Vestido: V

Muñeca: $V - 20$

Zapatos: $V + 30$

En total gastó 400 soles:

$\Rightarrow (V) + (V + 30) + (V - 20) = 400$

$3V + 10 = 400$

$3V = 390$

$\therefore$ El precio es: $V = 130$

Clave C

3 Tenemos:

Numerador: $a + 1$

Denominador: a $\Rightarrow \dfrac{a+1}{a}$

Luego: $\dfrac{a+1}{a+10} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow 2(a + 1) = 1(a + 10)$

$2a + 2 = a + 10$

$a = 8$

$\therefore$ La fracción es: $\dfrac{a+1}{a} = \dfrac{8+1}{8} = \dfrac{9}{8}$

Clave A

4 Hombres Mujeres

$H + M = 160$

También: $\dfrac{M}{7} = 14 \Rightarrow M = 98$

Luego: $H + 98 = 164 \Rightarrow H = 66$

H no son responsables $= \dfrac{66}{11} = 6$

$\therefore$ H responsables $= 66 - 6 = 60$

Clave B

5 Del enunciado tenemos:

Edad de Ramona: $2J$

Edad de Juana: J

Además; hace 15 años:

$2J - 15 = 3(J - 15)$

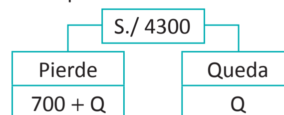
$2J - 15 = 3J - 45$

$30 = J$

$\therefore$ La edad de Ramona es $2J = 2 \,.\, 30 = 60$ años

Clave E

6 Hacemos un esquema:



Del enunciado tenemos:

$700 + Q + Q = 4300$

$2Q = 3600$

$Q = S/.1800$

Finalmente triplica lo que le queda

$\Rightarrow 1800 \,.\, 3 = S/.5400$

$\therefore$ Ganó $= 5400 - 4300 = S/.1100$

Clave A

7 Sea el número: $\overline{ba}$

Al invertir: $\overline{ab}$

Además: $a - b = 5$

Lo que aumenta es: $\overline{ab} - \overline{ba}$

$= 10a + b - (10b + a)$

$= 10a - a + b - 10b$

$= 9a - 9b$

$= 9(a - b)$

$\therefore$ Lo que aumenta es: $9(5) = 45$

Clave C

8 Del enunciado H: hombres; M: mujeres

$\dfrac{H}{M} = \dfrac{4}{5} \Rightarrow \begin{array}{l} H = 4k \\ M = 5k \end{array}$

Luego, se retiran 8 parejas.

$\dfrac{H-8}{M-8} = \dfrac{2}{3}$; pero de (1) reemplazamos

$\dfrac{4k-8}{5k-8} = \dfrac{2}{3} \Rightarrow 3(4k - 8) = 2(5k - 8)$

$12k - 24 = 10k - 16$

$k = 4$

Finalmente de (1) tenemos: $H = 4 \,.\, 4 = 16$

$M = 5 \,.\, 4 = 20$

$\therefore$ Asistieron 36 personas.

Clave D

9 Hombres: $5(3x) = 15x$

Mujeres: $3x$

Niños: x

$\Rightarrow 15x + 3x + x = 399$

$19x = 399$

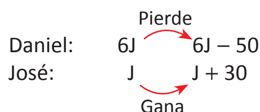
$x = 21$

$\therefore$ Hombres: $21 \,.\, 15 = 315$

Clave A



10 Sea:



Del enunciado tenemos:

$J + 30 = 4(6J - 50)$

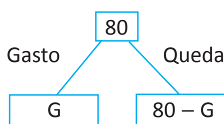
$J + 30 = 24J - 200$

$230 = 23J$

$\therefore \quad 10 = J$

Clave C

11 Si no compro el chocolate de S/.10.



Del enunciado: $G = \frac{3}{5}(80 - G$

$5G = 3(80 - G)$

$G = 30$

$\therefore$ Gasto total: $30 + 10 =$ S/.40

Clave E

12 Sean:

Agregan

n.° de patos: $G + 8$ $\quad \frac{G + 8 + 17}{G - 7} = \frac{5}{1}$

n.° de gallinas: G

Retiran

Resolviendo:

$G + 25 = 5(G - 7)$

$G + 25 = 5G - 35$

$G = 15$

$\therefore$ n.° de patos $= G + 8 = 15 + 8 = 23$

Clave B

13 Sea x el número de personas.

Cada una recibe: $\frac{120}{x}$

Aumenta 1/5, cada una recibe: $\frac{120}{x + \frac{1}{5}x} = \frac{120}{\frac{6}{5}x}$

Según el enunciado, reciben S/.2 menos:

$$\frac{120}{x} - \frac{120}{\frac{6}{5}x} = 2$$

$$\frac{20}{x} = 2$$

$\therefore$ Se repartió el dinero entre: $x = 10$ personas

Clave C

14 Sean:

n.° de postes: p $\qquad$ n.° de gorriones: g

Del enunciado tenemos:

$g = p + 3$

$g = 3(p - 3)$

$\Rightarrow \; p + 3 = 3(p - 3)$

$p + 3 = 3p - 9$

$12 = 2p$

$\therefore p = 6$

Clave A

REFUERZA PRACTICANDO

NIVEL 1 (página 15)

1 El hijo tiene: S/.350

Sea:

x: lo que gastó el hijo

$\Rightarrow$ 350 – x: lo que le queda

Del enunciado planteamos:

$x = \frac{3}{4}(350 - x)$

$4x = 1050 - 3x$

$7x = 1050$

$x = 150$

$\therefore$ Lo que le queda es: $350 - 150 =$ S/.200

Clave D

2 Sean $x - 1$; $x + 1$: 2 números impares consecutivos

Del enunciado planteamos:

$(x + 1)^2 - (x - 1)^2 = 424$

$4x = 424$

$x = 106$

$\therefore$ El mayor es: $106 + 1 = 107$

Clave E

3 Sean x; $x + 1$: 2 números positivos consecutivos

Del enunciado planteamos:

$(x)(x + 1) - (x + x + 1) = 71$

$x^2 + x - 2x - 1 = 71$

$x^2 - x - 72 = 0$

$x \quad -9$

$x \quad +8$

$\Rightarrow x = 9$ (positivo)

$\therefore$ El mayor es: $x + 1 = 9 + 1 = 10$

Clave B

4 Patos: x

Conejos: y

$2x + 4y = 92$

$x + y = 31$

$x + 2y = 46 \Rightarrow y = 15$

$x + y = 31 \Rightarrow x = 16$

$\therefore x - y = 16 - 15 = 1$

Clave A



5 A: n.° de lapiceros
B: n.° de lápices

$8A + 5B = 96$
2 16
7 8
12 0
$(A + B)_{máx.} = 18$

Clave D

6 $0{,}50x + (12 - x)0{,}20 = 3{,}60$
$0{,}50x + 2{,}40 - 0{,}20x = 3{,}60$
$0{,}30x = 1{,}20$
$x = 4 \Rightarrow 12 - x = 8$
$\therefore$ 4 y 8

Clave B

7 $p - 5 = a + b + c$
$$\left.\begin{array}{l} p + 10 = 2(a + 10) \\ p + 20 = 2(b + 20) \\ p + 30 = 2(c + 30) \end{array}\right\} +$$
$$3p + 60 = 2(\underbrace{a + b + c}_{p-5} + 60)$$

$3p + 60 = 2(p + 55)$
$3p + 60 = 2p + 110$
$p = 50$

Clave D

8 $1980 - \overline{19ab} = a + b$
$80 - (10a + b) = a + b$
$80 = 11a + 2b$
↓ ↓
6 7
$\Rightarrow 2a + b = 2(6) + 7 = 19$
$\Rightarrow 1967 + 19 = 1986$

Clave A

9 $24RM + 20RV = 36RM + 15RV$
$5RV = 12RM$
$24RM + 20RV = 24RM + 4 \times 12RM = 72RM$

Clave D

10 Sean x correctas:
$2x - (40 - x)(1) = 56$
$2x - 40 + x = 56$
$3x = 96$
$x = 32$

Clave A

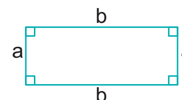
NIVEL 2 (página 16)

11 Sean:
H: n.° de hombres en clase
M: n.° de mujeres en clase

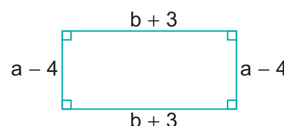
Del enunciado, planteamos:
$$\left.\begin{array}{l} M + H = z \\ M - H = 20 \end{array}\right\} -$$
$2H = z - 20 \Rightarrow H = \frac{z - 20}{2}$
$\therefore H = \frac{z}{2} - 10$

Clave D

12 Inicio:



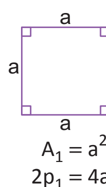
A: área
P: perímetro
Dato:
$P = 44$
$\Rightarrow 2a + 2b = 44$
$a + b = 22$ ...(1)
$A = a \, . \, b$
Después:

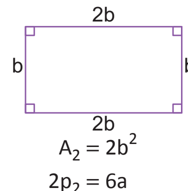


Según el enunciado:
$a \, . \, b - (a - 4)(b + 3) = 30$
$4b - 3a = 18$ ...(2)
Resolvemos las ecuaciones (1) y (2):
$a = 10$; $b = 12$
$\therefore$ La base es 12 m.

Clave A

13 Sea:





$A_1 = a^2$ $A_2 = 2b^2$
$2p_1 = 4a$ $2p_2 = 6a$

Según el enunciado:
$2p_1 = 2p_2$
$4a = 6b$
$b = \frac{2}{3}a$

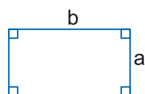
Piden:
$D = A_1 - A_2$
$D = a^2 - 2b^2$
$D = a^2 - 2\left(\frac{2}{3}a\right)^2$
$D = \frac{1}{9}a^2$

$\therefore D = \frac{1}{9}$ del área del cuadrado.

Clave D

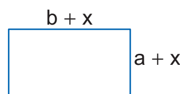


14 Inicio



$A_1 = a\,.\,b$
$2p = 2(a+b)$
$p = a+b$

Luego



$A_2 = (b+x)(a+x)$

Piden: $A = A_2 - A_1$

$A = (b+x)(a+x) - ab$

$A = ba + bx + xa + x^2 - ab$

$A = (a+b)x + x^2$

$A = p\,.\,x + x^2$

$\therefore$ Aumenta: $x^2 + px$

Clave A

15 Sean:

B: volumen del balde

VP: volumen de la persona

$24B + \quad VP = 490$

$20B + 2\,VP = 490$

$VP = 4B$

$24B + 4B = 490 \Rightarrow B = 17{,}5$

$VP = 4B = 70$

Clave C

16 n: n.° de docenas

$24n = 960$

$n = 40$

Luego, tenía en total:

$960 + 40 = 1000$ cuadernos

Compró: m grupos de cuadernos

$7m + 3m = 1000$

$10m = 1000$

$m = 100$

Entonces deberá comprar:

$7m = 700$ cuadernos

Clave E

17 $\overline{ab} \Rightarrow a + b = 11$

$\overline{ba} + 103 = 3(\overline{ab})$

$10b + a + 103 = 30a + 3b$

$103 = 29a - 7b$

Resolviendo:

$\left.\begin{aligned} 29a - 7b &= 103 \\ a + b &= 11 \end{aligned}\right\} \begin{aligned} a &= 5 \\ b &= 6 \end{aligned}$

$\therefore \overline{ab} + 11 = 67$

Clave E

18 $3 \times S/.10 \Rightarrow c/u = \dfrac{10}{3}$

$5 \times S/.20 \Rightarrow c/u = 4$

I. Gana:

$4 - \dfrac{10}{3} = \dfrac{2}{3}$ c/cuaderno

$\left.\begin{aligned} 1 &\text{ — } \tfrac{2}{3} \\ x &\text{ — } 100 \end{aligned}\right\} x = \dfrac{100}{2/3} = 150$

II. Si compra x:

$x\left(\dfrac{2}{3}\right) = 30\,.\,4$

$x = \dfrac{3\,.\,30\,.\,4}{2}$

$x = 180$

Clave C

19 $40\,.\,7 = 280 \Rightarrow$ Costo

- $12\,.\,9 = 108 \Rightarrow$ Ingreso
- $(40 - 12 - 5) = 23$

Quedan 23 jarrones:

$23x + 108 = 280 + 81$

$x = 11$

Clave A

20 Hombres: $3(4x) = 12x$

Mujeres: $4x$

Niños: x

$\Rightarrow 12x + 4x + x = 425$

$17x = 425$

$x = 25$

$\therefore$ Hombres: $25\,.\,12 = 300$

Clave C

NIVEL 3 (página 17)

21 Sean:

x: el n.° menor

y: el n.° mayor

Del enunciado planteamos:

- $x + y = S \quad ...(1)$
- $\dfrac{x}{y} = R \quad ...(2)$
- $\dfrac{x+N}{y-N} = \dfrac{1}{R} \quad ...(3)$

De (2) y (3) obtenemos:

$\dfrac{x+N}{y-N} = \dfrac{1}{\left(\dfrac{x}{y}\right)} = \dfrac{y}{x}$

$x^2 + Nx = y^2 - yN$

$Nx + yN = y^2 - x^2$

$N(x+y) = (y-x)(y+x)$



$y - x = N$ ... (3)
$x + y = S$ ... (1)

$2x = S - N \Rightarrow x = \dfrac{S-N}{2}$

$\therefore$ El menor número es: $\dfrac{S-N}{2}$ **Clave A**

22 Sean:
x: los niños que pagan
y: los niños que no pagan

Del enunciado planteamos:
$x + y = 7$
$x(17) + y(0) = 68$
$x = 4 \Rightarrow y = 3$

$\therefore$ Los niños que no pagan son 3.

Clave A

23 Sean: el número

Del enunciado planteamos:
$\overline{mxy} - m = a$
$m \cdot 10^2 + x \cdot 10 + y - m = a$
$99m = a - 10x - y$
$m = \dfrac{a - 10x - y}{99}$

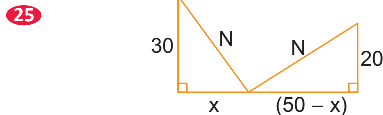
$\therefore$ El número es: $\dfrac{a - 10x - y}{99}$ **Clave D**

24 $100 \Rightarrow H$ < 50 mayores / 50 menores

$100 \Rightarrow M$ < x mayores / $(100 - x)$ menores

$50 + x = 100 - x$
$2x = 50 \Rightarrow x = 25$
$\therefore$ 25 y 75 **Clave E**

25



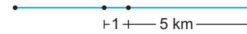
$30^2 + x^2 = 20^2 + (50 - x)^2$
$900 + x^2 = 400 + 2500 - 100x + x^2$
$100x = 2500 + 400 - 900$
$100x = 2000 \Rightarrow x = 20$ **Clave B**

26 Distancia antes del cruce:



$V_{chica} = 6$ km/h
$t_{chica} = 1$ h
50 min $\Rightarrow$ 5 km

Luego:
Distancia antes del cruce



$\therefore$ 1 km $\Rightarrow$ 10 min **Clave A**

27 Según el enunciado:

	A	B	C	
1°:		60		(Inicialmente)
2°:	15	120	45	
3°:	40	40	100	
	60	60	60	

Clave C

28 x ya cumplieron $\Rightarrow$ a años
$(30 - x)$ no han cumplido $\Rightarrow (a - 1)$ años
$ax + (30 - x)(a - 1) + 30 \times N = \overline{...ab}$
↓
cuadrado perfecto

$a = 2008 - N$
Resolviendo:
$2008 \times 30 - 30 + x = \overline{...ab}$
$60\,210 + x = \overline{...ab}$
↓
6
15
26 ✓ **Clave D**

29 Sp: suma de la edad de los padres
Sh: suma de la edad de los hijos
n: número de hijos

Sp = 3Sh < Sp = 3a / Sh = a

Sp – 6 = 9(Sh – 3n)
Sp + 34 = Sh + 17n

Reemplazando:
$3a - 6 = 9(a - 3n)$
$3a + 34 = a + 17n$

Resolviendo:
$3a - 6 = 9a - 27n$
$3a + 34 = a + 17n$
$n = 4$

Clave B

30

Gasta	Queda
$\dfrac{x}{2} + 2$	$\dfrac{x}{2} - 2$
$\left(\dfrac{x}{2} - 2\right)\dfrac{1}{2} + 2$	$\left(\dfrac{x}{2} - 2\right)\dfrac{1}{2} - 2$

$\dfrac{1}{2}\left[\left(\dfrac{x}{2} - 2\right)\dfrac{1}{2} - 2\right] + 2$

$\underbrace{\dfrac{1}{2}\left[\left(\dfrac{x}{2} - 2\right)\dfrac{1}{2} - 2\right] - 2}_{30}$

$\left(\dfrac{x}{2} - 2\right)\dfrac{1}{2} - 2 = 64$

$\dfrac{x}{2} - 2 = 132 \Rightarrow x = 268$

Clave B

Edades

ACTIVIDADES DE RAZONAMIENTO (página 22)

1 Sean: y la edad de Marisol; 3x la edad de Norma.

	Pasado	Presente	Futuro
Norma	y/2	3x	2(y – 12)
Marisol	x	y	3x

Del cuadro tenemos:

$y + \frac{y}{2} = 3x + x$

$\frac{3}{2}y = 4x$

$8x = 3y$ ... (1)

Además:

$3x + 3x = 2(y - 12) + y$

$6x = 3y - 24$ ... (2)

Reemplazando (1) en (2):

$6x = 8x - 24$

$x = 12 \wedge y = 32$

Norma tiene: $3x = 3 . 12 = 36$ años

Marisol tiene: $y = 32$ años

∴ Sus edades suman: 68 años.

Clave C

2 Sean:

x: la edad actual que tengo.

50 – x: la edad que tú tienes actualmente.

	Pasado	Presente	Futuro
Yo	2x – (50 – x)	x	x + 20
Tú	$\frac{x+20}{2}$	50 – x	70 – x

20 años

Del cuadro tenemos:

$(50 - x) + 2x - (50 - x) = x + \frac{x+20}{2}$

$2x - x = \frac{x+20}{2}$

$2x = x + 20$

$x = 20$

⇒ Yo tengo: 20 años

Tú tienes: $50 - x = 30$ años

Dentro de 40 años tendremos:

$20 + 40 = 60$

$30 + 40 = 70$

∴ Nos piden: $70 - 60 = 10$ años.

Clave A

3 Sea: x la edad de la persona

Se presentan 2 casos:

1.° $2x - 17 = 10 - x$

$3x = 27$

∴ La persona tiene $x = 9$ años.

2.° $2x - 17 = 100 - x$

$3x = 117$

∴ La persona tiene $x = 39$ años.

Clave D

4 Sea: x la edad actual

	Hace n años	Presente	Dentro de n años
Yo	x – n	x	x + n

Del enunciado tenemos:

$\frac{x-n}{x+n} = \frac{2}{9} \Rightarrow 9x - 9n = 2x + 2n$

$7x = 11n$

$x = \frac{11}{7}n$ años

∴ Dentro de $\frac{3n}{7}$ tendré:

$\frac{11n}{7} + \frac{3n}{7} = \frac{14n}{7} = 2n$ años

Clave B

5 Sea: x: la edad actual de la persona 1.

y: la edad actual de la persona 2.

Del enunciado tenemos:

$(x + 8) + (y + 8) = 46$

$x + y = 30$ ...(1)

Además:

$(x - n) - (y - n) = 4$

$x - y = 4$ ...(2)

⇒ De (1) y (2) tenemos: $x = 17 \wedge y = 13$



	Hace m años	Presente
Persona 1	17 – m	17
Persona 2	13 – m	13

Del enunciado: $(17 - m) = 3(13 - m)$

$\therefore\ m = 11$ años

Clave A

6

	Pasado	Presente	Futuro
A	b	a	
B		b	a
C	10	c	26

Del enunciado tenemos:

$(a - c) + (b - c) = 2c$

$a + b = 4c \quad ... (1)$

También cumple en el pasado y futuro:

$(b - 10) + (a - 26) = 2c$

$a + b - 2c = 36 \quad ... (2)$

Reemplazando (1) en (2):

$4c - 2c = 36 \Rightarrow c = 18$

$\therefore$ El menor tiene: $c = 18$ años

Clave E

7 En 1990:

Paola: 4x

Vicky: x

En 1998:

$4x + 8 = 2(x + 8)$

$4x + 8 = 2x + 16$

$x = 4$ años

$\Rightarrow$ Vicky nació en 1986.

Luego:

Año nacimiento + Edad actual = Año actual

1986 + Edad actual = 2004

$\therefore$ Edad actual de Vicky es 18 años.

Clave C

8 Sean: J: la edad de Juan.

J – 8: la edad de Pedro.

	Presente	Dentro de 8 años	Dentro de 15 años
Pedro	J – 8	J	J + 7
Juan	J	J + 8	J + 15

Del enunciado:

$J + 7 = \frac{4}{5}(J + 15)$

$5(J + 7) = 4(J + 15)$

$5J + 35 = 4J + 60$

$J = 25$

Edad de Juan: 25 años

Edad de Pedro: 25 – 8 = 17 años

Del enunciado:

$J - x = 2(J - 8 - x)$

$25 - x = 2(17 - x) \Rightarrow x = 9$

Hace 9 años:

Edad de Pedro: 8 (+)

Edad de Juan: 16

24 años

Clave A

9 Sean: x: la edad de Mónica.

4x: la edad de Elena.

	En 1920	En 1928	En 1930
Elena	4x	4x + 8	4x + 10
Mónica	x	x + 8	x + 10

Del enunciado:

$4x + 8 = 2(x + 8)$

$4x + 8 = 2x + 16$

$x = 4$ años

Del cuadro vemos que Elena en 1930 tiene:

$4x + 10 = 4 . 4 + 10 = 26$ años

Clave B

10

	Hace 2 años	Presente	Dentro de 5 años
Renato	a + b – c	a + b – c + 2	a + b – c + 7

Del enunciado tenemos:

$a + b - c + 7 = 2b - 2c + a$

$7 = b - c$

$\Rightarrow 3b - 3c = 3(b - c) = 3 . 7 = 21$ años

Clave D



11 Sean: Edad de Elena: $55 - y$
Edad de Carla: y

	Hace y años	Presente
Elena	$(55 - y) - y$	$55 - y$
Carla	0	y

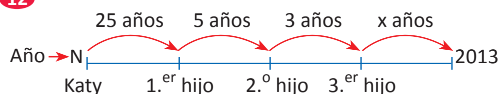
Del enunciado tenemos:

$$(55 - y) - y = \frac{1}{6}(55 - y)$$
$$55 - 2y = \frac{55 - y}{6}$$
$$6(55 - 2y) = 55 - y$$
$$330 - 12y = 55 - y$$
$$275 = 11y \Rightarrow y = 25$$

∴ Carla tiene 25 años.

Clave E

12



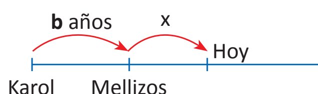
Sean:
Edad Katy: $k = 25 + 5 + 3 + x$
Edad 1.er hijo: $p = 5 + 3 + x$
Edad 2.° hijo: $s = 3 + x$
Edad 3.er hijo: $t = x$

Del enunciado:
$$k + p + s + t = 92$$
$$44 + 4x = 92$$
$$4x = 48$$
$$x = 12 \Rightarrow k = 45 \text{ años}$$

Luego:
Año nacimiento + Edad actual = Año actual
$$N + 45 = 2013$$
$$\therefore N = 1968$$

Clave D

13



Sean:
Edad de Karol: $k = b + x$
Edad del 1.er mellizo: $M_1 = x$
Edad del 2.° mellizo: $M_2 = x$

Del enunciado tenemos: $b + x + x + x = a$
$$3x = a - b$$

∴ Cada mellizo tiene: $x = \left(\frac{a - b}{3}\right)$ años.

Clave B

14 Sea: x la edad de "B".

	Hace "m – a" años	Presente	Dentro de "m + a" años
A	m . x	$mx + (m - a)$	$mx + (m - a) + (m + a)$
B	x	$x + (m - a)$	$x + (m - a) + (m + a)$

Del enunciado:
$$mx + (m - a) + (m + a) = a[x + (m - a) + (m + a)]$$
$$mx + m + m = a[x + m + m]$$
$$mx + 2m = ax + 2ma$$
$$mx - ax = 2ma - 2m$$
$$x(m - a) = 2m(a - 1)$$

∴ La edad de "B" es: $x = \frac{2m(a - 1)}{(m - a)}$ años

Clave A

REFUERZA PRACTICANDO

NIVEL 1 (página 24)

1 Sea: x mi edad actual.

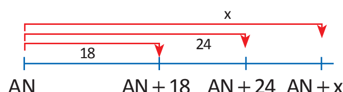
	Hace 7 años	Presente	Dentro de 15 años
Yo	$x - 7$	x	$x + 15$

Del enunciado tenemos:
$$78 - (x + 15) = \frac{5}{3}(x - 7)$$
$$78 . 3 - 3x - 45 = 5x - 35$$
$$78 . 3 - 10 = 8x$$
$$x = 28$$
∴ Dentro de 5 años tendré: $28 + 5 = 33$ años

Clave E



2 Sean:
AN: año de nacimiento
x: mi edad actual



Del enunciado:

$$AN + 18 + AN + 24 - (AN + AN + x) = 12$$
$$42 - x = 12$$
$$x = 30$$

∴ Mi edad actual es 30 años.

Clave C

3 Sea: x mi edad actual.

+ 10

	Tuve	Presente	Tendré
Yo		x	x + 10

Del enunciado tenemos:

$$\frac{(x+10)}{2} + x + (x+10) = 3x$$
$$\frac{3(x+10)}{2} = 2x$$
$$3x + 30 = 4x$$
$$x = 30$$

∴ Hace 5 años tuve: 30 – 5 = 25 años

Clave D

4 Hace x años:

$$18 - x = \frac{18+12}{2}$$
$$18 - x = 15$$
$$x = 3$$

Clave B

5 Edad actual: x

$$x + 14 = 2(x - 8)$$
$$x + 14 = 2x - 16$$
$$30 = x$$

El año pasado: 30 – 1 = 29 años

Clave B

6 Edad actual: x

$$3(x + 4) + 4(x - 9) = 6x$$
$$3x + 12 + 4x - 36 = 6x$$
$$7x - 24 = 6x$$
$$x = 24 \text{ años}$$

Clave C

7 El hijo nació cuando el padre tenía:

48 – 18 = 30 años

En el pasado mencionado tuvo:

$\frac{30}{3}$ = 10 años

Clave D

8 Edad del hijo: x

Edad de la hija: y

$$3y = 2x$$
$$3(y - 3) = x - 3$$

Resolviendo: x = 6; y = 4

Por lo tanto, el hijo tiene 6 años.

Clave D

9 Del enunciado:

	Tenía	Tengo	Tendré
Mariana	y – 8	x	82 – 2x
Carlos	x + 4	y	2x

$y - 8 - x = x + 4 - y$
$\Rightarrow y - x = 6$

$x - 82 + 2x = y - 2x$
$\Rightarrow 5x - y = 82$

Resolviendo:

x = 22; y = 28

Entonces, la edad de Mariana es 22 años.

Clave C

10 Según el enunciado:

	Tenía	Tengo	Tendré
Yo	y – 1	x	52 – x
Tú	x – 5	y	x

$y - 1 - x = x - 5 - y$
$4 = 2x - 2y$
$\Rightarrow x - y = 2$ ... (1)

$52 - x - x = x - y$
$\Rightarrow 3x - y = 52$ años ... (2)

De (1) y (2):

x = 25

y = 23

La esposa es 5 años mayor, por lo tanto su edad es:
25 + 5 = 30 años

Clave B



NIVEL 2 (página 25)

11 Edades: x y (30 – x)

$$x + 10 = 2(30 - x - 10)$$
$$x + 10 = 2(20 - x)$$
$$x + 10 = 40 - 2x$$
$$3x = 30$$
$$x = 10$$

Las edades son: 10 y 20 años
Piden el producto: 10(20) = 200

Clave C

12 Vanessa: x
Rony: 52 – x
Fiorella: x – 8

$$\Rightarrow (x - 8) - 4 = 52 - x$$
$$x - 12 = 52 - x$$
$$2x = 64$$
$$x = 32$$

∴ Fiorella: 32 – 8 = 24 años

Clave C

13 En 1990 Milagros: 4x
Vilma: x

En 1998 $4x + 8 = 2(x + 8)$
$$4x + 8 = 2x + 16$$
$$2x = 8 \Rightarrow x = 4$$

En el 2014: 2014 – 1990 = 24
La edad de Vilma es: 24 + 4 = 28 años

Clave E

14 Edad del hijo: x
Edad del padre: y

$$y - 10 = 2(x - 10)$$
$$\frac{y + 20}{x + 20} = \frac{4}{3}$$

Resolviendo:
$y - 10 = 2x - 20 \Rightarrow 2x = y + 10$
$3y + 60 = 4x + 80 \Rightarrow 3y - 4x = 20$

Reemplazando:
$$3(2x - 10) - 4x = 20$$
$$6x - 30 - 4x = 20$$
$$2x = 50$$
$$x = 25 \text{ años}$$

Clave A

15

		Tenía	Tengo
Jorge	0	3y	46 – x
Luis	y	x/3	x

$$\underbrace{3y = \frac{x}{3} - y}_{x = 12y}; \quad \underbrace{3y - 46 + x = \frac{x}{3} - x}_{46 - 3y = \frac{5x}{3}}$$

$$x = 24$$
$$y = 2$$

Entonces, Luis tiene 24 años.

Clave D

16 Mi edad: y
Tu edad: x

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{x + 12}{y} = \dfrac{7}{5} \\ y - x = 4 \end{array}\right\} \begin{array}{l} x = 16 \\ y = 20 \end{array}$$

∴ $2x - y = 32 - 20 = 12$ años

Clave A

17 Mi edad: x
Tu edad: a

$$\frac{x - 5}{a - 5} = \frac{5}{3} \Rightarrow 3x - 15 = 5a - 25$$
$$5a - 3x = 10$$

$$\frac{x + 25}{a + 25} = \frac{7}{5} \Rightarrow 5x + 125 = 7a + 175$$
$$7a - 5x = -50$$

Resolviendo: x = 80; a = 50
Entonces, mi edad es 80 años.

Clave D

18 Del enunciado:

	Tenía	Tengo	Tendré
Yo	a	x	n
Tú	a – 12	a	x
Él	n/8	a – 6	a + 6

$$x - a = a - (a - 12)$$
$$x - a = 12 \qquad \text{...(1)}$$



Por suma en aspa:

$x + x = a + n$

$2x = a + n$

$n = 2x - a$ ...(2)

$a - (a - 12) = a - 6 - \frac{n}{8}$

$12 = a - 6 - \frac{n}{8}$ ...(3)

Reemplazando (2) en (3):

$12 = a - 6 - \frac{2x - a}{8}$

$18 = \frac{8a - 2x + a}{8}$

$144 = 9a - 2x$ ...(4)

Resolviendo (1) en (4): $x = 36$
Por lo tanto, yo tengo 36 años.

Clave A

19 En 1990:

Edad de Alex: 4x

Edad de Beto: x

En 1998:

$4x + 8 = 2(x + 8)$

$4x + 8 = 2x + 16$

$2x = 8 \Rightarrow x = 4$

Desde 1998 hasta el 2005 hay:

2005 – 1998 = 7 años

Por lo tanto, en el 2005 Beto tendrá:
4 + 8 + 7 = 19 años

Clave D

20 Sean n años:

$x + n = 4(y + n)$

$x + n = 4y + 4n$

$x - 4y = 3n \Rightarrow n = \frac{x - 4y}{3}$

Clave C

NIVEL 3 (página 26)

21 La ciudad fue fundada en $\overline{19ab}$.

$\overline{19ba} - \overline{19ab} = 5(a + b)$

$\overline{ba} - \overline{ab} = 5(a + b)$

$9(b - a) = 5(a + b)$

$2b = 7a \Rightarrow a = 2$

$b = 7$

$\therefore\ 5(a + b) = 5(9) = 45$ años

Clave B

22 $[(2a + 5) \times 50 - 365] \times 2 + 115 = \overline{ab5}$

$200a - 115 = \overline{ab5}$

$\downarrow \qquad \downarrow\downarrow$

$2 \qquad 28$

$\therefore$ Edad del sobrino: 2 años

Clave A

23 $R + 8 = L$ ... (1)

$R + 15 = \frac{4}{5}(L + 15)$ ... (2)

Reemplazando (1) en (2): $R + 15 = \frac{4}{5}(R + 8 + 15)$

$5R + 75 = 4R + 92$

$R = 17 \Rightarrow L = 25$

Además:

$25 - x = 2(17 - x)$

$25 - x = 34 - 2x$

$2x - x = 34 - 25$

$x = 9$

Las edades hace 9 años fueron:

Romel: 17 – 9 = 8

Luis: 25 – 9 = 16

$\therefore$ 8 + 16 = 24 años

Clave B

24 $\sqrt{x-4} + \sqrt{x+8} = 6$

$\sqrt{x+8} = 6 - \sqrt{x-4}$

$x + 8 = 36 - 12\sqrt{x-4} + x - 4$

$12\sqrt{x-4} = 24$

$\sqrt{x-4} = 2$

$x - 4 = 4$

$x = 8$ años

Clave A

25 Padre: $\overline{ab}$; $a > b$

Hijo: $\overline{ba}$

$\overline{ab} - 1 = 2(\overline{ba} - 1)$

$10a + b - 1 = 2(10b + a - 1)$

$10a + b - 1 = 20b + 2a - 2$

$8a - 19b = -1$

$\downarrow \qquad \downarrow$

$7 \qquad 3$

Entonces: $\overline{ab} - \overline{ba} = 73 - 37 = 36$ años

Clave E



26 $1980 - \overline{19ab} = a + b$

$80 - \overline{ab} = a + b$

$80 = 10a + b + a + b$

$80 = 11a + 2b$

$\downarrow \quad \downarrow$

$6 \quad 7$

Eva nació en 1967.

∴ En el 2005 tendrá: 2005 – 1967 = 38 años

Clave A

27 n: edad de Sebastián.

$1 + 2 + 3 + ... + n = \overline{aaa}$

$$\frac{n(n+1)}{2} = \overline{aaa}$$

$n(n + 1) = 111a \times 2$

$n(n + 1) = 222a$

$= 37 \times \underbrace{6a}_{36}$

$a = 6 \Rightarrow n(n + 1) = 36 \times 37$

$n = 36$ años

Clave E

28 Sea la edad de la persona: x años + y meses x; $y \in \mathbb{Z}^+$

Del enunciado:

Años + Edad en meses = 470

$\Rightarrow x \quad + 12x + y \quad = 470$

$13x + y = 470$

$\downarrow \qquad \downarrow$

$\overset{\circ}{13} + y = \overset{\circ}{13} + 2\ ;\ y < 12$

$y = 2$

$\Rightarrow x = 36$

∴ La edad de la persona es 36 años y 2 meses.

Clave C

29

10 días

1 2 ... x ... 30 | 1 2 ... 10 11 ... 31

Noviembre | Diciembre

$10 + (30 - x) = x$

$40 = 2x \Rightarrow x = 20$

Entonces, para el 30 de noviembre faltan 10 días.

Luego: $20 + \frac{10}{2} = 25$

Por lo tanto, la fecha pedida es 25 de noviembre.

Clave C

30 Sabemos, que si la persona ya cumplió años:

Año nac. + Edad actual = Año actual

Si no cumplió años:

Año nac. + Edad actual = Año actual – 1

Del enunciado (asumiendo que las 5 personas ya cumplieron años):

$$\left.\begin{aligned} A_1 + E_1 &= 2004 \\ A_2 + E_2 &= 2004 \\ A_3 + E_3 &= 2004 \\ A_4 + E_4 &= 2004 \\ A_5 + E_5 &= 2004 \end{aligned}\right\} (+)$$

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^{5} A_i + \sum_{i=1}^{5} E_i = 10\,020$$

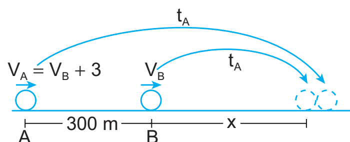
Por dato: $\sum_{i=1}^{5} A_i + \sum_{i=1}^{5} E_i = 10\,018$

Entonces, 2 personas aún no cumplen años.

Clave B

ACTIVIDADES DE RAZONAMIENTO (página 33)

1



Donde: t_A = tiempo de alcance

Sabemos: $t_A = \dfrac{d}{v_A - v_B}$ ... (1)

Dato: $v_B = 45$ km/h

Convirtiendo a (m/s):

$v_B = 12{,}5$ m/s $\Rightarrow$ $v_A = 15{,}5$ m/s

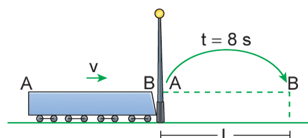
$\Rightarrow t_A = \dfrac{300}{15{,}5 - 12{,}5} = 100$ segundos

Del gráfico: $x = v_B \cdot t_A = 12{,}5 \cdot 100$

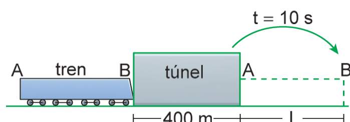
$\therefore\ x = 1250$ m

Clave D

2



Sabemos:
$d = vt$
$L = 8v$ ... (1)



Sabemos:
$d = vt$
$400 + L = v \cdot 10$
... (2)

De (1) y (2), resolvemos:

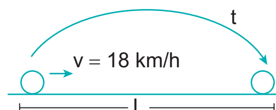
$8v = L$
$10v = 400 + L$ (÷)

$\dfrac{8}{10} = \dfrac{L}{400 + L}$

$\therefore\ L = 1600$ m

Clave B

3



Sabemos que:
$\Rightarrow d = vt$
$L = 18 \cdot t$ ... (1)

t + 1/4
v = 12 km/h
L

Sabemos que:
$d = vt$
$\Rightarrow L = 12 \cdot (t + 1/4)$
... (2)

Igualamos (1) y (2): $18t = 12(t + 1/4)$

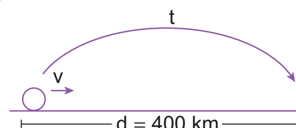
$t = \dfrac{1}{2}$ h

$\Rightarrow$ De (1) obtenemos: $L = 18 \cdot t = 18 \cdot \dfrac{1}{2}$

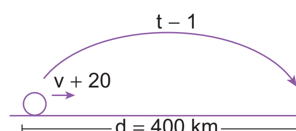
$\therefore\ L = 9$ km

Clave A

4



Sabemos:
$d = vt$
$\Rightarrow \dfrac{400}{v} = t$ ... (1)



Sabemos:
$d = (v + 20)(t - 1)$
$\Rightarrow \dfrac{d}{v + 20} = 1 + t$
... (2)

$\Rightarrow$ Igualamos (2) y (1):

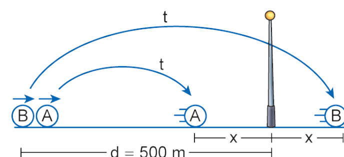
$\dfrac{400}{v + 20} + 1 = \dfrac{400}{v} \Rightarrow v^2 + 20v = 8000$

$v(v + 20) = 80 \cdot 100$

$\therefore\ v = 80$ km/h

Clave C

5



Donde: $v_A = 37$ m/s
$v_B = 63$ m/s

Sabemos: $d = vt$

Para el móvil A: $d - x = v_A \cdot t$
$500 - x = 37 \cdot t$ ... (1)

Para el móvil B: $d + x = v_B \cdot t$
$500 + x = 63t$ ... (2)

Resolvemos (1) y (2):

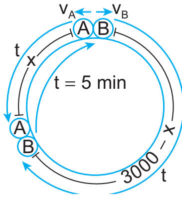
$500 - x = 37t$
$500 + x = 63t$ +
$1000 = 100t$

$\therefore\ t = 10$ segundos

Clave E



6



Donde:
$t = 20$ min
v_A: velocidad de A
v_B: velocidad de B

Sabemos: $d = vt$

Móvil A: $x = v_A \cdot t$ ... (1)

Móvil B: $3000 - x = v_B \cdot t$ ... (2)

Dato: $x = v_B \cdot 5$ ... (3)

Operamos (2) y (3):

$3000 - 5v_B = v_B \cdot 5$

$3000 = v_B(20 + 5)$

$\Rightarrow v_B = 120$ m/min

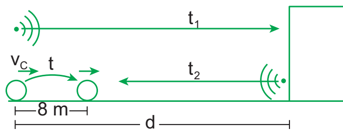
De (3), tenemos: $x = 120 \cdot 5 = 600$ m

Finalmente, de (1): $x = v_A \cdot 20$

$\therefore v_A = 30$ m/min

Clave B

7



v_c: velocidad del camión; sabemos $t = \frac{d}{v}$

Observamos:

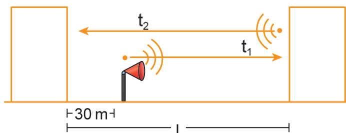
$t = t_1 + t_2$

$\frac{8}{v_c} = \frac{d}{v_s} + \frac{d-8}{v_s}$ Donde: $v_c = 20$ m/s, $v_s = 340$ m/s

$\Rightarrow d = 4\left(\frac{v_s}{v_c} + 1\right)$

$\therefore d = 72$ m **Clave A**

8



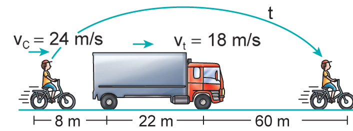
Según dato:

$t_1 + t_2 = 1{,}5$

$\frac{L-30}{v_s} + \frac{L}{v_s} = 1{,}5$ Donde: $v_s = 340$ m/s

$\therefore L = 270$ m **Clave D**

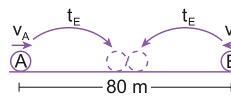
9



Sabemos: $t = \frac{d}{v_c - v_t} = \frac{8 + 22 + 60}{24 - 18}$

$\therefore t = 15$ segundos **Clave B**

10

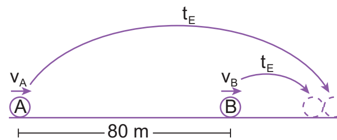


Sabemos:

t_E: tiempo de encuentro

$t_E = \frac{80}{v_A + v_B} = 20$

$v_A + v_B = 4$ ... (1)



Sabemos:

t_A: tiempo de alcance

$t_A = \frac{80}{v_A - v_B} = 40$

$v_A - v_B = 2$ ... (2)

$\Rightarrow$ De (1) y (2), obtenemos:

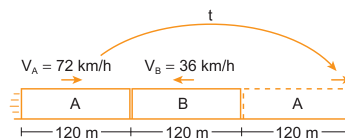
$v_A - v_B = 2$

$v_A + v_B = 4$

$2v_A = 6 \Rightarrow v_A = 3$ m/s $\wedge$ $v_B = 1$ m/s

Clave C

11



Transformamos de (km/h) a (m/s):

$v_A = 72$ km/h $v_B = 36$ km/h

$v_A = 72\left(\frac{5}{18}\right)$ m/s $v_B = 36\left(\frac{5}{18}\right)$ m/s

$v_A = 20$ m/s $v_B = 10$ m/s

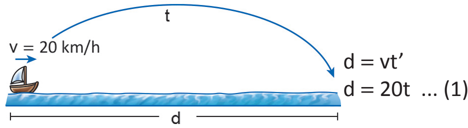
Sabemos: $t = \frac{120 + 120}{v_A + v_B} = \frac{240}{20 + 10} = \frac{240}{30}$

$\therefore t = 8$ segundos

Clave B

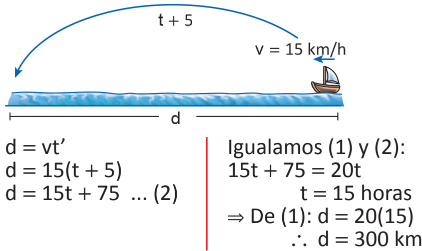


12 Ida:



$d = vt'$
$d = 20t$ ... (1)

Vuelta:

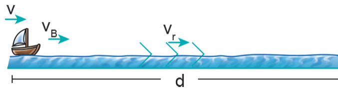


$d = vt'$
$d = 15(t + 5)$
$d = 15t + 75$ ... (2)

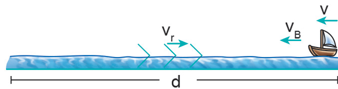
Igualamos (1) y (2):
$15t + 75 = 20t$
$t = 15$ horas
$\Rightarrow$ De (1): $d = 20(15)$
$\therefore\ d = 300$ km

Clave A

13



Donde: $v = v_B + v_r = 50$ km/h ... (1)
v_r: velocidad del río
v_B: velocidad del bote



Donde: $v = v_B - v_r = 30$ km/h ... (2)
v_r: velocidad del río
v_B: velocidad del bote

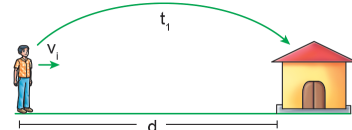
De (1) y (2), resolvemos:

$$\begin{array}{r} v_B + v_r = 50 \\ v_B - v_r = 30 \\ \hline 2v_r = 20 \end{array} \quad (-)$$

$\therefore\ v_r = 10$ km/h

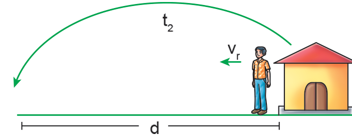
Clave E

14



Donde: velocidad de ida del amigo: $v_i = \mathbf{x}$ km/h

$\Rightarrow\ d = x\,t_1 \Rightarrow t_1 = \dfrac{d}{x}$ ... (1)



Donde: velocidad de regreso del amigo: $v_r = \mathbf{y}$ km/n

$\Rightarrow\ d = y\,t_2 \Rightarrow t_2 = \dfrac{d}{y}$ ...(2)

Dato: $t_1 + t_2 = z$ ...(3)

Reemplazamos (1) y (2) en (3): $\dfrac{d}{x} + \dfrac{d}{y} = z$

$\therefore\ d = \dfrac{xyz}{(x + y)}$

Clave D

REFUERZA PRACTICANDO

NIVEL 1 (página 35)

1 v_B: velocidad del bote

Según datos:
$60 = (v_B + 5)t$
$20 = (v_B - 5)t$

Resolvemos:
$v_B = 10$ km/h

Clave A

2 Los tiempos son:

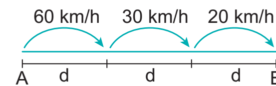
$t_1 = \dfrac{d}{v}$; $t_2 = \dfrac{d}{\frac{v}{2}}$; $t_3 = \dfrac{d}{\frac{v}{4}}$

Tiempo total:

$\dfrac{d}{v} + \dfrac{2d}{v} + \dfrac{4d}{v} = \dfrac{7d}{v}$

Clave A

3



Por teoría: $v_m = \dfrac{d}{t}$

$t_1 = \dfrac{d}{60}$ $t_2 = \dfrac{d}{30}$ $t_3 = \dfrac{d}{20}$

$\Rightarrow v_m = \dfrac{3d}{\dfrac{d}{60} + \dfrac{d}{30} + \dfrac{d}{20}}$

$v_m = 30$ km/h

Clave C

4 $d = v \times t$
$d = 3v(t - 2)$
$v \times t = 3v(t - 2)$
$\Rightarrow t = 3$ h
$\therefore 10 - 3 = 7{:}00$ h

Clave A



5 (L) → v; t + 1

(A) → v + 2; t

24 km

$v(t+1) = 24$

$(v+2)t = 24$

Resolvemos:

$t = 3$ h

$v = 6$ km/h

$\therefore v_{Luis} = 6$ km/h

Clave C

6 Por teoría:

$t_E = \dfrac{d}{v_a + v_b} \Rightarrow t_E = \dfrac{870}{80+65} = 6$ h

Clave B

7

$a = 60t$

$1000 - a = 40t$ (+)

$1000 = 100t$

$t = 10$ s

Clave C

8 v_T: velocidad del tren

L_T: longitud del tren

Por dato:

$L_T = 8v_T$ ... (1)

$L_T + 400 = 3 \times 8 \times v_T$ ... (2)

De (1) y (2):

$8v_T + 400 = 24v_T$

$400 = 16v_T$

$v_T = 25$ m/s

$\therefore L_T = 8 \times 25 = 200$ m

Clave A

9 Sea: $v_1 > v_2$

Según el enunciado:

$v_1 + v_2 = \dfrac{360}{12} = 30$ m/s

$v_1 - v_2 = \dfrac{360}{60} = 6$ m/s

Resolvemos:

$v_1 = \dfrac{30+6}{2} = 18$ m/s

$v_2 = \dfrac{30-6}{2} = 12$ m/s

Clave D

NIVEL 2 (página 36)

10

Dato: $t_1 + t_2 = 30$ min

$t_1 + t_2 = 1800$ s ... (1)

Del gráfico: $6t_1 + t_2 = 2000$ ... (2)

De (1) y (2) tenemos: $t_1 = 40$ s

$t_2 = 1760$ s

Analizamos las proposiciones:

I. Juan corre durante un tiempo $t_1 = 40$ s (V)

II. Juan camina: $e = v_2 \cdot t_2 = 1 \cdot 1760$

$e = 1760$ m (V)

III. Juan camina durante un tiempo: $t_2 = 1760$ s (V)

$\therefore$ VVV

Clave C

11

$\Rightarrow$ Sabemos: $e = v \cdot t$

Luego: $d = 60(t-1)$ ...(1)

$d = 50t$ ...(2)

Igualando (1) y (2), obtenemos: $t = 6$ h

Reemplazamos en (2): $d = 50 \cdot 6$

$\therefore d = 300$ km

Clave E

12 v_M: rapidez de la madre

v_H: rapidez de la hija

$\Rightarrow$ Se cumple: $v_M = 3k$

$v_H = 4k$

$e = 3k \cdot 8$

$e = 24k$

Nos piden el tiempo de alcance (t_A):

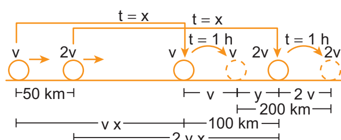
$t_A = \dfrac{e}{v_H - v_M} = \dfrac{24k}{4k - 3k}$

$\therefore t_A = 24$ minutos

Clave B



13



Del gráfico observamos:

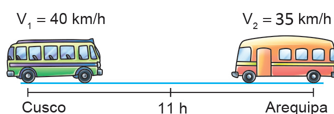
$$\begin{aligned} y + 2v &= 200 \\ v + y &= 100 \end{aligned} \quad (-)$$

$$v = 100$$

$\therefore$ El móvil más lento tiene una rapidez de 100 km/h.

Clave A

14



De las 11 h a las 12:45 el bus 1 recorre:

$12{:}45 - 11 = 1{:}45 = 1\frac{3}{4}$ h

$d_{recorrida} = 40 \times 1\frac{3}{4} = 70$ km

Esta distancia es la que no avanzó el bus 2:

$t_2 = \frac{70}{35} = 2$ h

Lo que significa que el bus 2 se malogró hace 2 horas, entonces:

$\therefore$ 11 h – 2 h = 9:00 h

Clave E

15 Normal: v ; t

Novato: $\frac{4v}{5}$; (t + 4)

$vt = \frac{4}{5}v(t + 4)$

$5t = 4t + 16$

$\therefore$ t = 16 h

Clave E

16 $v_A = v_B + 10$

$16v_A = 20V_B$

$16(v_B + 10) = 20(v_B)$

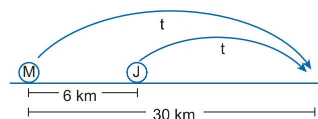
$4(v_B + 10) = 5(v_B)$

$v_B = 40 \Rightarrow v_A = 50$ km/h

Tiempo de encuentro: $t_E = \frac{450}{40 + 50} = \frac{450}{90} = 5$ h

Clave E

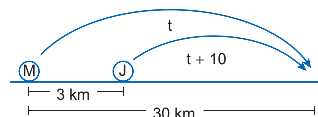
17 Mariano le da a José 6 km de ventaja:



Sabemos que: d = v . t

$$\left.\begin{aligned} \Rightarrow 30 &= v_M . t \\ 24 &= v_J . t \end{aligned}\right\} \quad \frac{v_M}{v_J} = \frac{5}{4} \wedge v_M - v_J = \frac{6}{t}$$

Mariano le da a José 3 km de ventaja:



$$\Rightarrow \begin{aligned} v_M . t &= 30 \\ v_J(t + 10) &= 27 \end{aligned} \Rightarrow \left\{ \frac{v_M}{v_J}\left(\frac{t}{t + 10}\right) = \frac{10}{9} \right.$$

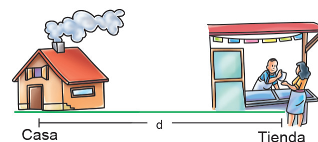
$$\Rightarrow \frac{5}{4}\left(\frac{t}{t + 10}\right) = \frac{10}{9}$$

$$t = 80 \text{ min} = \frac{4}{3}\text{h}$$

Piden: $v_M - v_J = \frac{6}{t} = 6 \times \frac{3}{4} = 4{,}5$ km/h

Clave D

18



Por dato: 6t = 8(t – 4)

6t = 8t – 32

32 = 2t

t = 16 s ⇒ d = 6 . 16 = 96 m

Clave D

19 L_T: longitud del tren

v_T: velocidad del tren

Por dato: $L_T = 13v_T$ ... (1)

$L_T + 600 = 25v_T$ ... (2)

Reemplazando (1) en (2):

$13v_T + 600 = 25v_T$

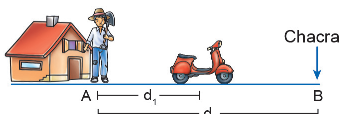
$v_T = 50$ m/min

$\Rightarrow L_T = 13(50) = 650$ m

Clave E

NIVEL 3 (página 37)

20



El caminante, de A hacia B tarda: t

La moto, de A hacia B tarda: t – 40

$\Rightarrow$ 70(t) = 150(t – 40)

t = 75 min

Luego: d = 70 × 75

d = 5250 m

Clave B

21 De ida:

20t = d ... (1)

De regreso:

15(t + 5) = d ... (2)

De (1) y (2):

20t = 15(t + 5)

20t = 15t + 75

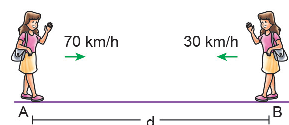
t = 15 h

$\Rightarrow$ d = 20(15) = 300 km

$\therefore$ Distancia total: 2 × 300 km = 600 km

Clave D

22



$t_{\overline{AB}} + t_{\overline{BA}} = 20$

$\dfrac{d}{70} + \dfrac{d}{30} = 20$

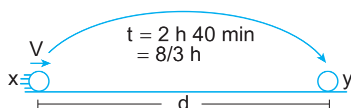
30d + 70d = 20 × 70 × 30

100d = 20 × 2100

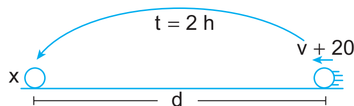
d = 420 km

Clave A

23 Graficamos:



... (1)



... (2)

De (1), tenemos: $d = v \cdot \dfrac{8}{3}$

De (2), tenemos: d = (v + 20) . 2

Igualamos ambas expresiones:

$\dfrac{8}{3}v = 2(v + 20)$

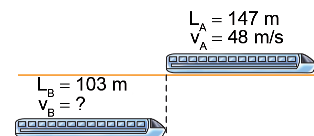
v = 60 km/h

Luego: $d = \dfrac{8}{3} = 60 \cdot \dfrac{8}{3}$

$\therefore$ d = 160 km

Clave E

24



Por tiempo de alcance:

$t_A = \dfrac{d}{v_B - v_A}$; $v_B > v_A$

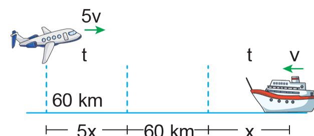
$50 = \dfrac{103 + 147}{v_B - v_A}$

$5 = v_B - 48$

$\therefore v_B = 53$ m/s

Clave E

25 Según el enunciado:



Para el barco:

5x + 60 = 15v $\Rightarrow$ x + 12 = 3v ... (1)

Para el avión:

5x + (5x – 60) = 5 × 5v

10x – 60 = 25v

$\Rightarrow$ 2x – 12 = 5v ...(2)

Reemplazamos:

2(3v – 12) – 12 = 5v

$\Rightarrow$ v = 36 km/h

Clave C

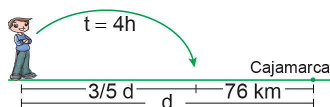


26 Del enunciado:

$$\overline{a0b} - \overline{ba} = \overline{ba} - \overline{ab}$$
$$100a + b - 10b - a = 10b + a - 10a - b$$
$$99a - 9b = 9b - 9a$$
$$11a - b = b - a$$
$$12a = 2b$$
$$6a = b \Rightarrow a = 1$$
$$b = 6$$
$$\Rightarrow \overline{ba} - \overline{ab} = 61 - 16 = 45 \text{ km/h}$$

Clave D

27 Graficamos:



$$\Rightarrow \frac{2}{5}d = 76$$
$$d = 190 \text{ km}$$
$$\Rightarrow v = \frac{e}{t} = \frac{\frac{3}{5}.d}{4} = \frac{3}{20} . 190$$
$$\therefore v = 28{,}5 \text{ km/h}$$

Clave B

28 $t = \dfrac{d}{v}$

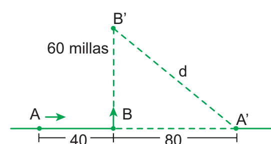
$$t = \frac{a \text{ km}}{40 \frac{\text{km}}{\text{h}}} + nm \text{ (min)}$$

Convirtiendo a horas:

$$t = \frac{a}{40} + nm \times \frac{1}{60}$$
$$t = \frac{a}{40} + \frac{nm}{60}$$
$$\therefore t = \frac{3a + 2nm}{120}$$

Clave D

29



A en 3 h $\Rightarrow d_A = 40 \times 3 = 120$ millas

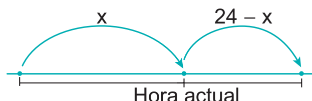
B en 3 h $\Rightarrow d_B = 20 \times 3 = 60$ millas

$\Rightarrow d = \sqrt{60^2 + 80^2} = 100$ millas

Clave C

ACTIVIDADES DE RAZONAMIENTO (página 44)

1 Graficando:



Según el enunciado:

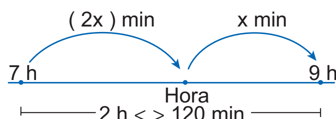
$x = \frac{3}{5}(24 - x)$

$x = 9$

∴ La hora es: 9:00 a.m.

Clave B

2 Graficando:



$\Rightarrow$ (2x) min + x min = 120 min

$3x = 120$

$x = 40$ min

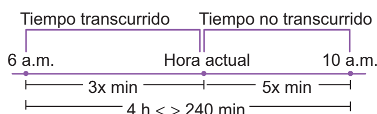
La hora es:

7 h + (2x) min = 7 h + 80 min = 7 h + 1 h + 20 min

∴ La hora es: 8 h 20 min

Clave A

3 Graficando:



$\Rightarrow 3x + 5x = 240$

$8x = 240$

$x = 30$ min

La hora es:

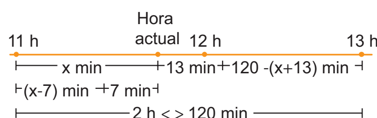
6 h + (3x)min = 6 h + 90 min = 6 h + 1 h + 30 min

La hora es: 7 h 30 min

∴ Dentro de 4 horas será: 11 h 30'

Clave D

4 Graficando:



Del enunciado tenemos:

$x - 7 = 120 - (x + 13)$

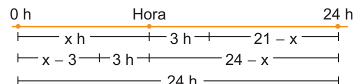
$x = 57$

La hora es: 11 h + x min = 11 h + 57 min

∴ La hora es: 11 h 57'

Clave E

5 Graficando:



Del enunciado, tenemos: $21 - x = \frac{5}{7}(27 - x)$

$x = 6$

∴ La hora es: 6:00 a.m.

Clave C

6 Sabemos que:

# Campanadas (–1 →)	# Intervalos	Tiempo(s)
3	2	3
x	x – 1	9

Aplicando la regla de tres simple, pero con los intervalos y el tiempo:

$\Rightarrow x - 1 = \frac{2 \cdot 9}{3} = 6$

∴ El número de campanadas es 7.

Clave D

7 Sabemos que:

# Campanadas (–1 →)	# Intervalos	Tiempo(s)
5	4	4
10	9	x

Aplicando la regla de tres simple, pero con los intervalos y el tiempo:

$\Rightarrow x = \frac{4 \cdot 9}{4} = 9$

∴ Demorará 9 segundos.

Clave A

8 Sabemos que:

# beeps (–1 →)	# Intervalos	Tiempo(s)
73	72	15
1918	t	

Aplicando la regla de tres simple, pero con los intervalos y el tiempo:

$\Rightarrow t = \frac{15 \cdot 18}{72} = \frac{15}{4}$

∴ Demora 3,75 s.

Clave B



9 Sabemos que:

# Campanadas $\xrightarrow{-1}$	# Intervalos	Tiempo(s)
x^2	$x^2 - 1$	$x^2 - 1$
y	y – 1	x – 1

Aplicando la regla de tres simple, pero con los intervalos y el tiempo.

$$y - 1 = \frac{(x^2 - 1)(x - 1)}{(x^2 - 1)}$$

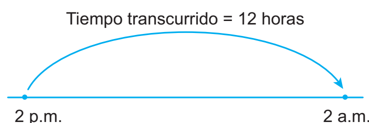
$y - 1 = x - 1$

$y = x$

∴ Tocará x campanadas.

Clave D

10



⇒ 2 min ⟶ 1 hora

x ⟶ 12 horas

$$x = \frac{2 . 12}{1} = 24 \text{ minutos}$$

⇒ Se adelanta 24 minutos.

Sabemos:

Hora marcada = hora real + adelanto

Hora marcada = 2 a.m. + 24 minutos

∴ Hora marcada: 2:24 a.m.

Clave A

11 Atraso

2 min ⟶ 8 min

x ⟶ 3 h <> 180 min

$$x = \frac{2 . 180}{8} = 45 \text{ min} \Rightarrow \text{Se atrasa 45 min.}$$

Sabemos:

Hora marcada = hora correcta – atraso

4 h 10' = hora correcta – 45'

Hora correcta = 4 h 10' + 45'

∴ La hora correcta es: 4 h 55'

Clave B

12 Para que un reloj vuelva a marcar la hora correcta debe adelantarse 12 horas.

2 minutos ⟶ 1 hora

12 h <> 720 min ⟶ x

$$x = \frac{1 . 720}{2} \text{ hora} = 360 \text{ h}$$

⇒ En 12 h de adelanto transcurre 360 horas <> 15 días.

∴ Debe transcurrir 15 días.

Clave C

13 Hora: 11 h 55' ⇒ H = 11 ∧ M = 55

Como el minutero aún no pasa al horario, la fórmula es:

$$\theta = 30H - \frac{11}{2} . M$$

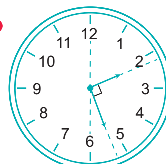
$$\theta = 30 . 11 - \frac{11}{2} . 55$$

$\theta = 27{,}5°$

∴ Forma un ángulo de 27,5°.

Clave E

14



Las manecillas del reloj forman un ángulo de 90°

⇒ θ = 90°

Además, el horario es 2.

⇒ H = 2

Como el minutero pasó al horario, la fórmula es:

$$\theta = \frac{11}{2} M - 30H$$

$$90 = \frac{11}{2} M - 30 . 2$$

$$\Rightarrow M = 27 \frac{3}{11} \text{ min}$$

∴ La hora es: 2 h 27 min

Clave C

REFUERZA PRACTICANDO

NIVEL 1 (página 46)

1 Sabemos que:

# Campanadas $\xrightarrow{-1}$	# Intervalos	Tiempo (s)
3	2	7
7	6	x

Aplicando la regla de tres simple, pero con los intervalos y el tiempo:

$$\Rightarrow x = \frac{7 . 6}{2} = 21$$

∴ Tardará 21 s.

Clave B

2 Sabemos que:

# Campanadas $\xrightarrow{-1}$	# Intervalos	Tiempo (s)
4 h <> 4	3	6
20 h <> 8	7	x



Aplicando la regla de tres simple, pero con los intervalos y el tiempo:

$\Rightarrow x = \dfrac{6 . 7}{3} = 14$

$\therefore$ Tardará 14 s.

Clave D

3 Sabemos que:

# Campanadas	# Intervalos	Tiempo
12	11	12
34	33	x

(−1 de # Campanadas a # Intervalos)

Aplicando la regla de tres simple, pero con los intervalos y el tiempo:

$\Rightarrow x = \dfrac{12 . 33}{11} = 36$

$\therefore$ Demora 36 s.

Clave A

4 Adelanta: 2 min cada 3 horas

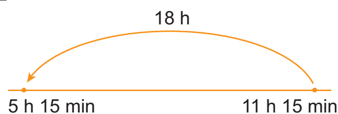
Además: 11 h 15 min → hora correcta
11 h 27 min → hora marcada

$\Rightarrow$ Adelanto = 11 h 27 min – 11 h 15 min = 12 min

Luego, aplicando regla de tres:

2 min → 3 horas
12 min → x

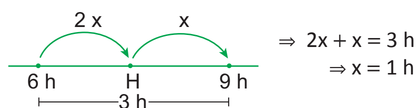
$x = \dfrac{3 . 12}{2} = 18$ h



$\therefore$ Empezó a adelantarse a las 5:15 a.m.

Clave E

5 Graficando:

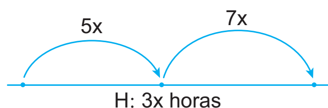


$\Rightarrow 2x + x = 3$ h
$\Rightarrow x = 1$ h

$\therefore$ La hora es: H = 6 h + 2x = 8 h
↓
(1 h)

Clave C

6 Graficando:



$\Rightarrow 5x + 7x = 24$
$12x = 24$
$x = 2$

$\therefore$ La hora es: H = 5(2 h) = 10 h

Clave E

7 Sabemos: $\theta = 30\,H - \dfrac{11}{2}\,M$

Dato: θ <> 6' <> $\dfrac{6' . 30°}{5'} = 36°$

Además: H = 10

$\Rightarrow 36° = 30 . 10 - \dfrac{11}{2}M$
M = 48

$\therefore$ La hora es: 10 h 48 min

Clave E

8 Sabemos:

$\theta = 30H - \dfrac{11}{2}M$

Dato: H = 9 h
M = 10

$\Rightarrow \theta = 30 . 9 - \dfrac{11}{2} . 10$
$\theta = 215°$

$\therefore$ El ángulo que forma es 215°.

Clave A

9 Sabemos: $\theta = \dfrac{11}{2}M - 30H$

Dato: H = 0 (Cuando el horario es 12 se
M = 36 considera H = 0 en la fórmula)

$\Rightarrow \theta = \dfrac{11}{2} . 36 - 30(0)$

$\therefore \theta = 198°$

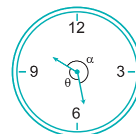
Clave E

10 Sabemos:

$\theta = 30\,H - \dfrac{11}{2}M$

Dato: H = 10
M = 28

$\Rightarrow \theta = 30 . (10) - \dfrac{11}{2} . (28)$
$\theta = 146°$
$\alpha = 214°$



$\therefore$ El menor ángulo es θ: 146°

Clave C

NIVEL 2 (página 47)

11 Sabemos que:

# Campanadas	# Intervalos	Tiempo (s)
5 h <> 5	4	6
23 h <> 11	10	x

(−1 de # Campanadas a # Intervalos)



Aplicando la regla de tres simple, pero con los intervalos y el tiempo:

$\Rightarrow\ x = \dfrac{6.10}{4} = 15$

$\therefore$ Tardará 15 segundos.

Clave E

12 Sabemos que:

# “beep”	# Intervalos	Tiempo (s)
145	144	20
37	36	x

(−1: de # “beep” a # Intervalos)

Aplicando la regla de tres simple, pero con los intervalos y el tiempo:

$\Rightarrow x = \dfrac{20.36}{144} = 5$

$\therefore$ Demorará 5 segundos.

Clave A

13 Sabemos: $\theta = 3H - \dfrac{11}{2}M$

Dato: $\theta = 0$ (coinciden las manecillas)

$\Rightarrow\ 30H = \dfrac{11}{2}\ M$

H toma 12 valores, es decir habrá 12 posiciones distintas donde coinciden las manecillas.

$\therefore$ 12 posiciones.

Clave C

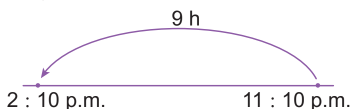
14 Adelanta: 4 min cada 3 horas
Además: 11 h 10 min → hora correcta
11 h 22 min → hora marcada

$\Rightarrow$ Adelanta: 11 h 22 min – 11 h 10 min = 12 min

Luego, aplicando regla de tres:

4 min → 3 horas
12 min → x

$x = \dfrac{3.12}{4} = 9$ h



$\therefore$ Empezó a adelantarse a las 2:10 p.m.

Clave B

15 Sabemos: HM = HR – atraso; HM = 7 : 43
HR = a:$\overline{bc}$

Dato: 3 min $\Rightarrow$ 20 min
Atraso $\Rightarrow$ 9 h <> 9 . 60 min

Atraso $= \dfrac{3.9.60}{20}$

Atraso = 81 min <> 1 h: 21 m

Reemplazando el atraso en la fórmula inicial:

7:43 = a:$\overline{bc}$ – 1:21

a:$\overline{bc}$ = 9: 04

$\Rightarrow$ a = 9
b = 0
c = 4

$\therefore$ a + b + c = 9 + 0 + 4 = 13

Clave D

16 Sabemos que:

HM = HR – atraso ; HR = 3:15

Dato:

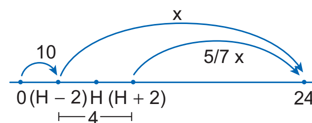
15 min ⟶ 2 min
5h <> 5.60 min ⟶ atraso

atraso = 40 min

Reemplazando el atraso en la fórmula inicial:
HM = 3:15 – 0:40
HM = 2:35
$\therefore$ Marcará las 2:35.

Clave C

17 Graficando el enunciado:



$\Rightarrow\ 4 + \dfrac{5}{7}x = x$

$4 = x - \dfrac{5}{7}x$

$4 = \dfrac{2x}{7}$

x = 14 h

Del gráfico: H – 2 = 10
H = 12 m.

$\therefore$ La hora es: H = 12 m.

Clave D

18 Graficando el enunciado:



$\Rightarrow\ \dfrac{5}{4}x + x = 12$

$\dfrac{9x}{4} = 12$

$x = \dfrac{16}{3}h$

$\therefore$ La hora es $H = \dfrac{5}{4}x = \dfrac{5}{4}.\dfrac{16}{3} = \dfrac{20}{3} = 6:40$

Clave B



19 Sabemos:

$\theta = \frac{11}{2}M - 30H$

Datos: H = 7
$\theta = 100°$

$\Rightarrow \quad 100° = \frac{11}{2}M - 30 . 7$

$310° = \frac{11}{2}M$

$M = 56\,\frac{4}{11}$ min

$\therefore$ La hora será: 7 h $56\frac{4}{11}$ min

Clave D

20 Sabemos:

$\theta = 30H - \frac{11}{2}M$

Datos: H = 5
M = 10

$\Rightarrow \quad \theta = 30 . 5 - \frac{11}{2} . 10$

$\theta = 95°$

$\therefore$ El ángulo formado es 95°.

Clave C

NIVEL 3 (página 48)

21 Para que un reloj vuelva a marcar la hora correcta, debe adelantarse 12 h.
Entonces:

8 min → 1 hora
12 h <> 12 . 60 min → t

$t = \frac{12 . 60 . 1}{8} = 90$ h

$\therefore$ Volverá a marcar la hora correcta luego de 90 h.

Clave B

22 Sabemos:

$\theta = 30H - \frac{11}{2}M$

Datos: H = 4
$\theta = 60°$

$\Rightarrow \quad 60° = 30 . 4 - \frac{11}{2}M$

$\frac{11}{2}M = 60°$

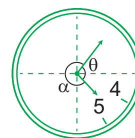
$M = 10\,\frac{10}{11}$ min

$\therefore$ La hora será: 4 h $10\frac{10}{11}$ min

Clave D

23 Dato:

$\theta = \frac{1}{5}\alpha \Rightarrow \alpha = 5\theta$



Además:
$\alpha + \theta = 360°$
$5\theta + \theta = 360°$
$\theta = 60°$

Sabemos: $\theta = 30H - \frac{11}{2}M$
Datos: H = 4
$\theta = 60°$

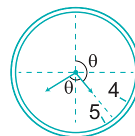
$\Rightarrow \quad 60 = 30 . 4 - \frac{11}{2}M$

$M = 10\,\frac{10}{11}$ min

$\therefore$ La hora es: 4 h $10\frac{10}{11}$ min

Clave B

24



Para el minutero:
360° → 60 min
2θ → M

$M = \frac{60 . 2\theta}{360} = \frac{\theta}{3}$ min

Sabemos: $\theta = \frac{11}{2}M - 30H$

Datos: $M = \frac{\theta}{3}$
H = 4

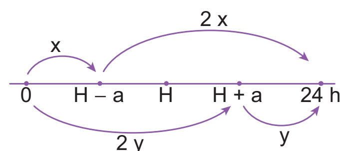
$\Rightarrow \quad \theta = \frac{11}{2} . \left(\frac{\theta}{3}\right) - 30 . 4$

$\theta = 144° \Rightarrow M = \frac{144}{3} = 48$ min

$\therefore$ La hora es: 4 h 48 min

Clave D

25 Graficando el enunciado:





$\Rightarrow \quad x + 2x = 24 \quad ; \quad 2y + y = 24$

$x = 8 \qquad\qquad y = 8$

Además:

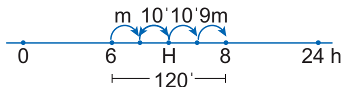
$x = H - a$
$2y = H + a$ (+)

$x + 2y = 2H$
$8 + 2 \,.\, (8) = 2\,H$
$H = 12$

$\therefore$ Son las 12:00.

Clave B

26 Graficando el enunciado:



Donde: $H = 6\text{ h} + (m + 10)'$

$\Rightarrow \quad m + 10 + 10 + 9m = 120$

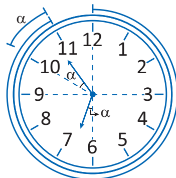
$m = 10$

$H = 6\text{ h} + (10 + 10)'$

$\therefore$ H = 6:20 a.m.

Clave E

27



H M

$\alpha° \quad (2\alpha)' <> (12\alpha)°$

La hora es:

6 h: $(2\alpha)'$

$(2\alpha)' <> (12\alpha)°$

$\Rightarrow \quad 12\alpha - \alpha = 10 \,.\, 30°$

$11\alpha = 300$

$\alpha = 300/11$

$\therefore$ La hora es:

$6\text{ h } 2\dfrac{300}{11} = 6\text{ h } 54\ \dfrac{6}{11}\text{ min}$

Clave C

28 Sabemos:

$\theta = \dfrac{11}{2}M - 30H$

Datos: $\theta = 90°$

$H = 1$

$\Rightarrow \quad 90° = \dfrac{11}{2}M - 30 \,.\, 1$

$120° = \dfrac{11}{2}\ M$

$M = \dfrac{240}{11}\text{ min}$

$\therefore$ Se forma después de $m = \dfrac{240}{11}$ min

Clave E

29 Del dato inicial nos damos cuenta que el reloj tiene un atraso de 20 minutos, entonces:

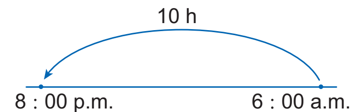
En — se retrasa

2 h — 4'

× 5 — × 5

10 h — 20'

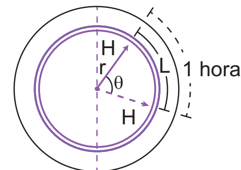
Entonces, en 10 h se retrasa 20'.



$\therefore$ La última vez que marcó la hora correcta fue 8:00 p.m.

Clave D

30



En 1 hora, el horario barre un ángulo de 30°.

$\Rightarrow \ \theta = 30°$

Además, el radio del horario es r.

$\Rightarrow \ r = 8{,}4\text{ cm}$

$\Rightarrow \ L = \theta \,.\, r$

$L = \dfrac{\pi}{6} \,.\, 8{,}4\text{ cm} \ ; \ \pi = \dfrac{22}{7}$

$\therefore \ L = 4{,}4\text{ cm}$

Clave D

ACTIVIDADES DE RAZONAMIENTO (página 53)

1 Contando los cuadrados por figura y analizando:

F_1 : 2 ⇒ 1 . 2
F_2 : 6 ⇒ 2 . 3
F_3 : 12 ⇒ 3 . 4
F_4 : 20 ⇒ 4 . 5
⋮
F_{18} : n ⇒ 18 . 19

⇒ n = 18 . 19 = 342.

∴ El número de cuadrados es 342.

Clave D

2 Contando los puntos de intersección por figura y analizando:

F_1 : 5 ⇒ 1 . 5 = 1(1 + 4)
F_2 : 12 ⇒ 2 . 6 = 2(2 + 4)
F_3 : 21 ⇒ 3 . 7 = 3(3 + 4)
F_4 : 32 ⇒ 4 . 8 = 4(4 + 4)
⋮
F_{20} : n ⇒ = 20(20 + 4)

⇒ n = 20 . 24 = 480

∴ El número de intersecciones es 480.

Clave C

3 Analizando por niveles y buscando la regla de correspondencia de formación.

NIVEL		Formas de leer
1	I	⇒ $1 = 2^{1-1}$
2	I N N	⇒ $2 = 2^{2-1}$
3	I N N D D D	⇒ $4 = 2^{3-1}$
9	I NN ⋯ NN	⇒ $n = 2^{9-1}$

⇒ $n = 2^8 = 256$

∴ Se puede leer de 256 maneras diferentes.

Clave D

4 Analizando por figura y buscando la regla de correspondencia o de formación:

NIVEL	n.° de bolitas
1	$1 = 2^1 - 1$
2	$3 = 2^2 - 1$
3	$7 = 2^3 - 1$
4	$15 = 2^4 - 1$
⋮	
12	$n = 2^{12} - 1$

⇒ $n = 2^{12} - 1 = 4095$

∴ Habrá 4095 bolitas.

Clave A

5 Por inducción:

→ 2   3 puntos = 3(1)
→ 3   9 puntos = 3(1 + 2)
→ 4   18 puntos = 3(1 + 2 + 3)
⋮

Para 20 bolitas:

3(1 + 2 + 3 + 4 + ... + 19)

$$= \frac{3(19)(19+1)}{2} = 570 \text{ puntos}$$

Clave C

6 $L = \dfrac{2222(2222+1)}{(2222)^2}$

∴ $L = \dfrac{2223}{2222}$

Clave B

7 $F_1 : 1 = 1^3$
$F_2 : 8 = 2^3$
$F_3 : 27 = 3^3$
$F_4 : 64 = 4^3$
⋮
$F_{23} : 23^3 = 12\ 167$

Clave C

8 El total de bolitas es:

$$\frac{75 \times 76}{2} + \frac{74 \times 75}{2} = 2850 + 2775$$
$$= 5625$$

Clave C

9 Por inducción tenemos:

$\begin{bmatrix} 2 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{suma} = 2(1^3)$

$\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 4 & 6 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{suma} = 2(2^3)$

$\begin{bmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 4 & 6 & 8 \\ 6 & 8 & 10 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{suma} = 2(3^3)$

⋮

$\begin{bmatrix} 2 & 4 & 6 & \cdots & 20 \\ 4 & 6 & 8 & \cdots & 22 \\ 6 & 8 & 10 & \cdots & 24 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 20 & 22 & 24 & \cdots & 38 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{suma} = 2(10^3) = 2000$

Clave D



10 $F_1 = 3 = (1+1)^2 - 1$

$F_2 = 8 = (2+1)^2 - 1$

$F_3 = 15 = (3+1)^2 - 1$

$F_4 = 24 = (4+1)^2 - 1$

$\vdots$

$F_{100} = (100+1)^2 - 1 = 10\,200$

Clave C

11 $S = (\underbrace{666...66}_{100 \text{ cifras}})^2$

$S_1 = 6^2 = 36 \Rightarrow 3 + 6 = 9$

$S_2 = 66^2 = 4356$

$\Rightarrow 4 + 3 + 5 + 6 = 18$

$S_3 = 666^2 = 443\,556$

$\Rightarrow 4 + 4 + 3 + 5 + 5 + 6 = 27$

Entonces:

$S_1 \Rightarrow 9 \times 1$

$S_2 \Rightarrow 9 \times 2$

$S_3 \Rightarrow 9 \times 3$

$\vdots$

$S_{100} \Rightarrow 9 \times 100 = 900$

Clave C

12 $1965^{32} = ...5$

Para 1969^{28}, aplicamos inducción:

$1969^1 = ...9$

$1969^2 = ...1$

$1969^3 = ...9$

$1969^4 = ...1$

$\vdots$

$1969^{28} = ...1$

Para 1967^{30}, aplicamos inducción:

$1967^1 = ...7$

$1967^2 = ...9$

$1967^3 = ...3$

$1967^4 = ...1$

$1967^5 = ...7$

$1967^6 = ...9$

$1967^7 = ...3$

$1967^8 = ...1$

$\vdots$

$\Rightarrow 1967^{30} = ...9$

Por lo tanto:

$...5 + ...1 + ...9 = ...5$

Clave E

13 Reduciendo:

$$\left[(10^{15} - 1)(10^{15} + 1)\right]^2 = (10^{30} - 1)^2$$

Por inducción:

$(10^1 - 1)^2 = 81 \Rightarrow \Sigma\text{cifras} = 9$

$(10^2 - 1)^2 = (99)^2 = 9801 \Rightarrow \Sigma\text{cifras} = 18$

$(10^3 - 1)^2 = (999)^2 = 998\,001 \Rightarrow \Sigma\text{cifras} = 27$

$\vdots$

$(10^{30} - 1)^2 \Rightarrow \Sigma\text{cifras} = 30 \times 9 = 270$

Clave A

14 La fila 20 (F_{20}) empieza con el número 19. A partir de la fila 3 se observa la siguiente sucesión:

1 ; 3 ; 6 ; 10
 2   3   4
   1   1

Su ley de formación es:

$$t_n = \frac{n^2 + n}{2}$$

Para la fila 20 le corresponde n = 18.

$$t_{18} = \frac{18^2 + 18}{2} = 171$$

Entonces:

$F_{20} \Rightarrow \underbrace{19 \quad 171 \quad 171 \quad 171 \quad ... \quad 19}_{20 \text{ términos}}$

$\Sigma(F_{20}) = 2(19) + 171(18) = 3116$

Clave D

REFUERZA PRACTICANDO

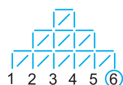
NIVEL 1 (página 55)

1

1 ② $\Rightarrow 4 = 3 \times \left(\frac{2}{2}\right)^2 + \frac{2}{2}$

1 2 3 ④ $\Rightarrow 14 = 3 \times \left(\frac{4}{2}\right)^2 + \frac{4}{2}$





$\Rightarrow 30 = 3\times\left(\frac{6}{2}\right)^2 + \frac{6}{2}$



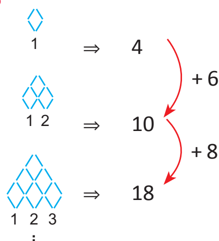
$\Rightarrow 3\times\left(\frac{20}{2}\right)^2 + \frac{20}{2} = 310$

1 2 3 4 17 18 19 20

∴ Se emplearon 310 palitos.

Clave C

2



Para la figura mostrada el total de palitos es:

$4 + 6 + 8 + 10 + ... + 102$

Entonces:

n.° total de palitos $\left(\frac{4+102}{2}\right)50 = 2650$

Clave A

3 Fig. 1: 1 $)+4$

Fig. 2: 5 $)+4$

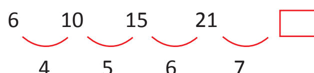
Fig. 3: 9 $t_n = 4n - 3$

⋮

Fig.50: $4(50) - 3 = 197$

Clave C

4 Formamos una sucesión:



El precio del pescado es: 21 + 7 = S/.28

Clave A

5

$7\times N = ...927$
$4\times N = ...244$ (−)

$3\times N = ...683$

Luego:

$3\times N = ...683$
$7\times N = ...927$ (+)

$10\times N = ...610$

Clave A

6 $(95)^2 = 9025 \Rightarrow \Sigma cifras = 16 = 1\times 9 + 7$

$(995)^2 = 990\,025 \Rightarrow \Sigma cifras = 25 = 2\times 9 + 7$

$(9995)^2 \Rightarrow \Sigma cifras = 34 = 3\times 9 + 7$

⋮

$(\underbrace{999...9995}_{101\ cifras})^2 \Rightarrow \Sigma cifras = 100\times 9 + 7 = 907$

Clave E

7 $92\times 98 = 9016 \Rightarrow \Sigma cifras = 16 = 9 + 7$

$992\times 998 = 990\,016 \Rightarrow \Sigma cifras = 25 = 2\times 9 + 7$

$9992\times 9998 \Rightarrow \Sigma cifras = 34 = 3\times 9 + 7$

Para la siguiente expresión:

$(\underbrace{999...992}_{41\ cifras})\times(\underbrace{999...998}_{41\ cifras})$

$\Rightarrow \Sigma cifras = 40\times 9 + 7 = 367$

Clave E

8 $3^2 = 9 \Rightarrow \Sigma cifras = 9 = 9\times 1$

$33^2 = 1089 \Rightarrow \Sigma cifras = 18 = 9\times 2$

$333^2 = 110\,889 \Rightarrow \Sigma cifras = 27 = 9\times 3$

$3333^2 = 11\,108\,889 \Rightarrow \Sigma cifras = 36 = 9\times 4$

⋮

$(\underbrace{333...33}_{33\ cifras})^2 \Rightarrow \Sigma cifras = 9\times 33 = 297$

Clave D

9 $F_1 = 1$

$F_2 = 1 + 2$

$F_3 = 1 + 2 + 3$

$F_4 = 1 + 2 + 3 + 4$

⋮

$F_{40} = 1 + 2 + 3 + ... + 40$

$= \frac{40\times 41}{2} = 20\times 41 = 820$

Clave C

10 $S = \frac{\sqrt[4]{123\,454\,321}}{\sqrt{11\,111}}$

$S = \frac{\sqrt[4]{123\,454\,321}}{\sqrt[4]{11\,111^2}}$

$S = \sqrt[4]{\frac{123\,454\,321}{11\,111^2}} = \sqrt[4]{1} = 1$

Clave A



NIVEL 2 (página 56)

11 $F_1 = 1 \times 5$

$F_2 = 2 \times 5$

$F_3 = 3 \times 5$

$\vdots$

$F_{20} = 20 \times 5$

Entonces:

$$\sum_{i=1}^{20} F_i = 1 \times 5 + 2 \times 5 + 3 \times 5 + ... + 20 \times 5$$
$$= 5(1 + 2 + 3 + ... + 20)$$

$$\sum_{i=1}^{20} F_i = \frac{5(20)(21)}{2} = 1050$$

$\therefore \Sigma$ cifras $= 1 + 0 + 5 + 0 = 6$

Clave B

12 Por inducción tenemos:

$[1] \Rightarrow$ suma $= 1 = 1^3$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{suma} = 8 = 2^3$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{suma} = 27 = 3^3$$

$\vdots$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & \cdots & 10 \\ 2 & 3 & 4 & \cdots & 11 \\ 3 & 4 & 5 & \cdots & 12 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 10 & 11 & 12 & \cdots & 19 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{suma} = 10^3 = 1000$$

Clave C

13 $(a + b)^1 \Rightarrow \Sigma$coef. $= 2 = 2^1$

$(a + b)^2 \Rightarrow \Sigma$coef. $= 4 = 2^2$

$(a + b)^3 \Rightarrow \Sigma$coef. $= 8 = 2^3$

$(a + b)^4 \Rightarrow \Sigma$coef. $= 16 = 2^4$

$\vdots$

$(a + b)^{20} \Rightarrow \Sigma$coef. $= 2^{20}$

Clave D

14 $97 \times 93 = 9021 \Rightarrow \Sigma$cifras $= 12 = 9(1) + 3$

$997 \times 993 = 990\,021 \Rightarrow \Sigma$cifras $= 21 = 9(2) + 3$

$9997 \times 9993 = 99\,900\,021 \Rightarrow \Sigma$cifras $= 30 = 9(3) + 3$

Por inducción:

$$\underbrace{999...97}_{101 \text{ cifras}} \times \underbrace{999...993}_{101 \text{ cifras}}$$

$\Rightarrow \Sigma$cifras $= 9(100) + 3 = 903$

Clave E

15 $F_1 \Rightarrow 3$ $\qquad 3 = 2(1) + 1$

$F_2 \Rightarrow 3 + 5$ $\qquad 5 = 2(2) + 1$

$F_3 \Rightarrow 3 + 5 + 7$ $\qquad 7 = 2(3) + 1$

$F_4 \Rightarrow 3 + 5 + 7 + 9$ $\qquad 9 = 2(4) + 1$

$\vdots$

$F_{50} \Rightarrow 3 + 5 + 7 + 9 + ... + x$; $\; x = 2(50) + 1$

$x = 101$

Por lo tanto:

$$3 + 5 + ... + 101 = \left(\frac{101 + 1}{2}\right)^2 - 1 = 2600$$

Clave B

16

$11 - 2 = 9 = 3^2$

$1111 - 22 = 1089 = 33^2$

$111\,111 - 222 = 110\,889 = 333^2$

Por inducción:

$$\underbrace{1111...11}_{\mathbf{2a} \text{ cifras}} - \underbrace{222...22}_{\mathbf{a} \text{ cifras}} = \underbrace{33...3}_{\mathbf{a} \text{ cifras}}{}^2$$

Clave C

17 De la expresión:

$$\frac{333333}{444444} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4} + \frac{1}{4} = 1$$

Clave A

18 Todas las fracciones se reducen a: $\frac{13}{34}$

Son un total de $\frac{136}{2} = 68$ fracciones

$\therefore M = 68 \times \frac{13}{34} = 26$

Clave A

19 $2 \times 98 = 196 \Rightarrow \Sigma$cifras $= 16 = 7(1) + 9$

$22 \times 998 = 21\,956 \Rightarrow \Sigma$cifras $= 23 = 7(2) + 9$

$222 \times 9998 = 2\,219556 \Rightarrow \Sigma$cifras $= 30 = 7(3) + 9$

$\vdots$

$$\underbrace{222...22}_{103 \text{ cifras}} \times \underbrace{999...98}_{104 \text{ cifras}} \Rightarrow \Sigma\text{cifras} = 7(103) + 9 = 730$$

Clave B



20 $2047 = 2^{11} - 1$

Entonces:

$$E = \sqrt[8]{1 + (2^{11} - 1)(2^{11} + 1)(2^{22} + 1)}$$
$$E = \sqrt[8]{1 + (2^{22} - 1)(2^{22} + 1)}$$
$$E = \sqrt[8]{1 + 2^{44} - 1}$$
$$\therefore \; E = \sqrt[8]{2^{44}} = \sqrt{2^{11}}$$

Clave C

NIVEL 3 (página 57)

21

$$f(1) = \frac{1 \times 2 \times 3}{6} + \frac{1 \times 2}{2} \div 1^2$$
$$f(2) = \frac{2 \times 3 \times 4}{6} - \frac{2 \times 3}{2} \times 2^2$$
$$f(3) = \frac{3 \times 4 \times 5}{6} + \frac{3 \times 4}{2} \div 3^2$$
$$f(4) = \frac{4 \times 5 \times 6}{6} - \frac{4 \times 5}{2} \times 4^2$$
$$\vdots$$
$$f(12) = \frac{12 \times 13 \times 14}{6} - \frac{12 \times 13}{2} \times 12^2$$
$$f(12) = 364 - 78 \times 144$$
$$f(12) = 364 - 11\,232$$
$$\therefore f(12) = -10\,868$$

Clave E

22 Del enunciado, planteamos:

1.ª fila ⇒ 1

2.ª fila ⇒ 2

3.ª fila ⇒ 3

⋮

n.ª fila ⇒ n

Luego: $1 + 2 + 3 + ... n = 3003$

$$\frac{n(n+1)}{2} = 3003$$
$$n(n + 1) = 6006$$
$$n(n + 1) = 77 \,.\, (77 + 1)$$
$$n = 77$$

$\therefore \; \Sigma$ cifras $= 7 + 7 = 14$

Clave C

23 Sabemos que el resultado de K^n es par si K es par, y es impar si K es impar.

Entonces: 3^n = (número impar)

Veamos las potencias de 3:

$$\left.\begin{aligned} 3^1 &= 3 \\ 3^2 &= 9 \\ 3^3 &= 27 \\ 3^4 &= 81 \\ 3^5 &= 243 \\ 3^6 &= 729 \\ 3^7 &= 2187 \\ 3^8 &= 6561 \end{aligned}\right\} (...3)^{\overset{\circ}{4}} = ...1$$
$$\vdots$$

Analizando el factor: $3^{2001} + 2 = 3^{\overset{\circ}{4}}(3) + 2$

$\Rightarrow (...1)3 + 2 = ...5$

Entonces:

P = (impar)(impar)(impar)(...5)(impar)... (impar)

P = ...5

Clave A

24 Por inducción:

n.° de palitos

1 2 $\Rightarrow 3 = \frac{3}{2}(2)(2-1)$

1 2 3 $\Rightarrow 9 = \frac{3}{2}(3)(3-1)$

⋮

1 2 3 4 $\Rightarrow 18 = \frac{3}{2}(4)(4-1)$

1 2 3 ... 48 49 50 $\Rightarrow$ n.° palitos $= \frac{3}{2}(50)(50-1) = 3675$

Clave B

25 1 fila:



$$\Rightarrow 2 = \frac{3(1^2) + 1}{2}$$

2 filas:



$$\Rightarrow 7 = \frac{3(2^2) + 2}{2}$$

3 filas:

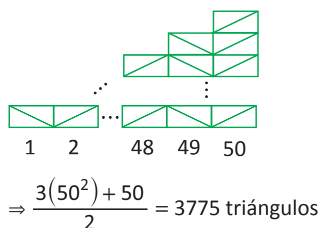


$$\Rightarrow 15 = \frac{3(3^2) + 3}{2}$$

⋮



50 filas:



$\Rightarrow \dfrac{3(50^2)+50}{2} = 3775$ triángulos

Clave A

26

E
S S
F F F
U U U U
E E E E E
R R R R R R
Z Z Z Z Z Z Z
A A A A A A A A
T T T T T T T T T
E E E E E E E E E E

ESFUERZATE $\Rightarrow$ 10 letras

$\therefore$ n.° maneras $= 2^{10-1} = 512$

Clave A

27 $\underbrace{8 + 98 + 998 + 9998 + ...}_{45 \text{ sumandos}}$

Expresándolo de otra forma:

$(10-2)+(10^2-2)+(10^3-2)+(10^4-2)+...+(10^{45}-2)$

$(10+10^2+10^3+...+10^{45}) - 2(45)$

Ordenando:

$$\begin{array}{r} \overbrace{1\,1\,1\,...\,1\,1\,1\,1\,0}^{45 \text{ cifras}} - \\ 9\,0 \\ \hline \underbrace{1\,1\,1\,...\,1\,1}_{43 \text{ cifras}}\,0\,2\,0 \end{array}$$

$\therefore \Sigma$cifras $= 43(1) + 2 = 45$

Clave B

28

N
O N
I O N
C I O N
A C I O N
T A C I O N
O T A C I O N
L O T A C I O N
P L O T A C I O N
X P L O T A C I O N
E X P L O T A C I O N

EXPLOTACIÓN $\Rightarrow$ 11 letras

$\therefore$ n.° maneras $= 2^{11-1} = 1024$

Clave A

29

		n.° de bolitas
F_1	○	1
F_2		$\Rightarrow 2^2 + 2(2)(2-1)$
F_3		$\Rightarrow 3^2 + 2(3)(3-1)$
⋮		
F_{20}		$\Rightarrow 20^2 + 2(20)(20-1) = 1160$

Clave D

30

A 1
N N 2
U U U 3
A A A A 4
L L L L L 5
C C C C C C 6
I I I I I I I
E E E E E E
N N N N N
C C C C
I I I
A A
S

n.° maneras de leer la palabra $= \dfrac{(6+6)!}{6! \times 6!} = 924$

Clave C

ACTIVIDADES DE RAZONAMIENTO (página 65)

1 Los números son: 2; 4; 6; 8; 10; 12; 14; 16; 18

El valor de $x + y + z$ es igual a la constante mágica "S".

Luego: $3S = 2 + 4 + 6 + ... + 18$

$3S = 90$

$S = 30$

$\therefore\ x + y + z = 30$

Clave B

2 Por propiedad:

$\frac{x + y}{2} = 71 \Rightarrow x + y = 142$

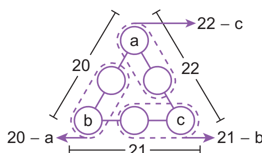
También:

$\frac{z + w}{2} = 47 \Rightarrow z + w = 94$

$\therefore\ x + y + z + w = 142 + 94 = 236$

Clave C

3 La suma de los números que se ubican en los vértices es $(a + b + c)$.



Del gráfico:

$(20 - a) + (21 - b) + (22 - c) = 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10$

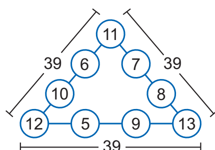
$63 - (a + b + c) = 45$

$\therefore a + b + c = 18$

Clave A

4 Como nos piden la mayor suma en los vértices, se debe ubicar los números mayores, es decir: 11; 12 y 13.

Luego, la distribución es la siguiente:



$\therefore$ La suma máxima es 39.

Clave E

5 Los números a distribuir son: 2; 4; 6; 8; ...; 32

La suma de los números ubicados en las casillas sombreadas es igual a la constante mágica.

Luego:

$4S = 2 + 4 + 6 + ... + 32$

$4S = 16 \times 17$

$S = 4 \times 17$

$\therefore\ S = 68$

Clave D

6 Por propiedad:

$e = \frac{5 + 17}{2} = \frac{22}{2} \Rightarrow e = 11$

También:

$\frac{7 + a}{2} = 5 \Rightarrow 7 + a = 10 \Rightarrow a = 3$

Luego, el valor de la constante mágica es:

$S = 3 \times e$

$S = 3 \times 11$

$S = 33$

Finalmente:

$x + a + 17 = 33$

$\therefore\ x = 13$

Clave C

7 Los números son:

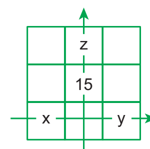
3; 6; 9; 12; 15; 18; 21; 24 ;27

$3S = 3 + 6 + 9 + ... + 27$

$3S = 135$

$\Rightarrow\ S = 45$

Luego, el término central es: $e = \frac{45}{3} = 15$



Del gráfico: $x + y = z + 15$

$42 = z + 15 \Rightarrow z = 27$

Clave E

8 En el gráfico, la suma **S** se encuentra 10 veces y cada punto 2 veces.

Luego:

$10S = 2(1 + 2 + 3 + ... + 20)$

$10S = 2 \times \frac{20 \times 21}{2}$

$\therefore S = 42$

Clave A



9 Se sabe que:

$3S = 1 + 3 + 5 + ... + 17$

$3S = 81 \Rightarrow S = 27$

Entonces:

$e = \frac{S}{3} = \frac{27}{3} = 9$

Luego:

$13 + 9 + n = 27 \quad \wedge \quad 1 + 9 + m = 27$

$22 + n = 27 \qquad 10 + m = 27$

$n = 5 \qquad m = 17$

$\therefore\ m \times n = 85$

Clave A

10 Por propiedad:

$p = \frac{42 + 54}{2} = 48$

También:

$36 = \frac{54 + r}{2} \Rightarrow r = 18$

Además:

$q = \frac{42 + r}{2} = 30$

$\therefore\ p + q + r = 48 + 30 + 18 = 96$

Clave C

11 $4S = 1 + 3 + 5 + ... + 31$

$4S = 256 \Rightarrow S = 64$

$5 + M + 11 + 29 = 64$

$\Rightarrow M = 19$

$25 + 21 + 11 + N = 64$

$\Rightarrow N = 7$

$P + 21 + 13 + 27 = 64$

$\Rightarrow P = 3$

$25 + P + 5 + Q = 64$

$\Rightarrow Q = 31$

$\therefore\ M + N + P + Q = 19 + 7 + 3 + 31 = 60$

Clave B

12 Por propiedad:

$\frac{z - 2 + 2z + 1}{2} = z + 1$

$\Rightarrow z = 3$

También:

$\frac{x + z - 2}{2} = x - 1$

$\Rightarrow x = 3$

Además:

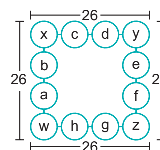
$\frac{x + 5x - 6}{2} = y - 1$

$\Rightarrow y = 7$

$\therefore\ x + y + z = 3 + 7 + 3 = 13$

Clave D

13



Del gráfico:

$$\begin{aligned} x + b + a + w &= 26 \\ x + c + d + y &= 26 \\ y + e + f + z &= 26 \\ w + h + g + z &= 26 \end{aligned} \quad (+)$$

$(x + y + z + w) + (a + b + c + d + e + f + g + h + x + y + z + w) = 26 \times 4$

$(x + y + z + w) + (2 + 3 + 4 + ... + 13) = 104$

$(x + y + z + w) + 90 = 104$

$\Rightarrow x + y + z + w = 14$

Finalmente:

$a + b + c + d + e + f + g + h = 90 - 14$

$= 76$

Clave C

14 Los números a distribuir son: 2; 4; 6; ...; 32

Aplicando el método de las **x** se tiene:

32	4	6	26
10	22	20	16
18	14	12	24
8	28	30	2

Girando el gráfico 90° en sentido antihorario y comparando con el original.

26	16	24	2
6	20	12	30
4	22	14	28
32	10	18	8

26		B	
	20	12	30
4	A	14	28

Finalmente: $A = 22$ y $B = 24$

$\therefore\ A \times B = 528$

Clave D



REFUERZA PRACTICANDO

NIVEL 1 (página 67)

1 Aplicando propiedades:

$a = \frac{8+10}{2} \Rightarrow a = 9$

$6 = \frac{10+c}{2} \Rightarrow c = 2$

$b = \frac{6+8+1}{3} \Rightarrow b = 5$

$\therefore\ a + b + c = 9 + 5 + 2 = 16$

Clave B

2 Aplicando propiedades:

$y = \frac{2+12+10}{3} \Rightarrow y = 8$

$z = \frac{12+0}{2} \Rightarrow z = 6$

$14 = \frac{x+12}{2} \Rightarrow x = 16$

$\therefore\ x + y + z = 16 + 8 + 6 = 30$

Clave D

3 Aplicando propiedades:

$c = \frac{13+17}{2} \Rightarrow c = 15$

$a = \frac{3+13+11}{3} \Rightarrow a = 9$

$7 = \frac{13+b}{2} \Rightarrow b = 1$

$\therefore\ a + b + c = 9 + 1 + 15 = 25$

Clave A

4 Aplicando propiedades:

$3 = \frac{z+w}{2} \Rightarrow w + z = 6$

$2 = \frac{x+y}{2} \Rightarrow x + y = 4$

$\therefore\ x + y + w + z = 4 + 6 = 10$

Clave A

5 Aplicando propiedades:

$8 = \frac{x+y}{2} \Rightarrow x + y = 16$

$7 = \frac{z+w}{2} \Rightarrow z + w = 14$

$\therefore\ x + y - (w + z) = 16 - 14 = 2$

Clave C

6 Aplicando propiedades:

$\frac{1}{4} = \frac{A+B}{2} \Rightarrow A + B = \frac{1}{2}$

$\frac{7}{4} = \frac{D+C}{2} \Rightarrow D + C = \frac{7}{2}$

$\therefore\ A + B + C + D = \frac{1}{2} + \frac{7}{2} = 4$

Clave B

7 Los números son: 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9

El valor de $(a+b+c)$ es igual a la constante mágica "S".

Luego.

$3S = 1 + 2 + ... + 9$

$3S = \frac{9\,.\,10}{2} \Rightarrow S = 15$

$\therefore\ S = a + b + c = 15$

Clave D

8 Los números son: 1; 3; 5; 7; 9; 11; 13; 15; 17

El valor de $(x+y+z)$ es igual a la constante mágica "S".

Luego:

$3S = 1 + 3 + ... + 17$

$3S = 9^2$

$S = 27$

$\therefore\ S = x + y + z = 27$

Clave B

9 Los números son: 3; 6; 9; 12; 15; 18; 21; 24; 27

El valor de $(a+b+c)$ es igual a la constante mágica "S".

Luego: $3S = 3 + 6 + ... + 27$

$3S = 3\left(\frac{9\,.\,10}{2}\right)$

$S = 45$

$\therefore\ S = a + b + c = 45$

Clave E

10 Los números son: 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12; 13; 14

El valor de $(x+y+z)$ es igual a la constante mágica "S".

Luego:

$3S = 6 + 7 + 8 + ... + 14$

$3S = 90$

$\Rightarrow S = 30$

$\therefore\ S = x + y + z = 30$

Clave C

NIVEL 2 (página 68)

11 Por propiedad sabemos:

$3S = 1 + 2 + ... + 9$

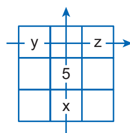
$3S = \frac{9\,.\,10}{2}$

$\Rightarrow S = 15$

Luego, el término central es:

$e = \frac{S}{3} = \frac{15}{3} = 5$





Del gráfico: $5 + x = y + z$

$5 + x = 8$

$\therefore\ x = 3$

Clave E

12 Por propiedad sabemos:

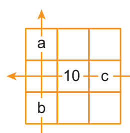
$3S = 2 + 4 + 6 + ... + 18$

$3S = \dfrac{2.9.10}{2}$

$\Rightarrow S = 30$

Luego, el término central es:

$e = \dfrac{S}{3} = \dfrac{30}{3} = 10$



Del gráfico: $a + b = 10 + c$

$12 = 10 + c$

$\therefore c = 2$

Clave B

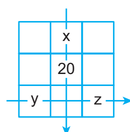
13 Por propiedades sabemos:

$3S = 4 + 8 + ... 36$

$\Rightarrow S = 60$

Luego, el término central es:

$e = \dfrac{S}{3} = \dfrac{60}{3} = 20$



Del gráfico: $\underbrace{y + z}_{\downarrow} = 20 + x$

$48 = 20 + x$

$\therefore\ x = 28$

Clave E

14 Por propiedad sabemos:

$3S = 3 + 6 + ... + 27$

$3S = 3.\dfrac{9.10}{2}$

$S = 45$

Luego, el término central es:

$e = \dfrac{S}{3} = \dfrac{45}{3} = 15$

Del gráfico, tenemos:

$27 + 15 + n = 45 \ \wedge\ m + 15 + 9 = 45$

$n = 3 \qquad m = 21$

$\therefore\ m + n = 21 + 3 = 24$

Clave A

15 Por propiedad sabemos:

$3S = 6 + 8 + ... + 22$

$S = 42$

Luego, el término central es:

$e = \dfrac{S}{3} = \dfrac{42}{3} = 14$

Del gráfico, tenemos:

$18 + 14 + a = 42 \ \wedge\ b + 14 + 6 = 42$

$a = 10 \qquad b = 22$

$\therefore\ a + b = 10 + 22 = 32$

Clave C

16 Por propiedad sabemos:

$3S = 11 + 13 + 15 + ... + 27$

$S = 57$

Luego, el término central es:

$e = \dfrac{S}{3} = \dfrac{57}{3} = 19$

Del gráfico, tenemos:

$27 + 19 + n = 57 \ \wedge\ 23 + 19 + m = 57$

$n = 11 \qquad m = 15$

$\therefore\ m - n = 15 - 11 = 4$

Clave B

17 La suma mágica "S" es:

$S = 27$

Por propiedad sabemos:

$x = \dfrac{S}{3} = \dfrac{27}{3} \Rightarrow x = 9$

$z = \dfrac{17 + 5}{2} = \dfrac{22}{2} \Rightarrow z = 11$

$3 = \dfrac{5 + y}{2} \Rightarrow\ y = 1$

$\therefore\ x + y + z = 9 + 1 + 11 = 21$

Clave C

18 La suma mágica "S" es:

$S = 30$

Por propiedad sabemos:

$b = \dfrac{S}{3} = \dfrac{30}{3} \Rightarrow\ b = 10$

$a = \dfrac{14 + 2}{2} = \dfrac{16}{2} \Rightarrow\ a = 8$

$16 = \dfrac{c + 14}{2} \Rightarrow\ c = 18$

$\therefore\ a + b + c = 8 + 10 + 18 = 36$

Clave E

19 La suma mágica "S" es:

$S = 13 + 23 + 21$

$S = 57$



Por propiedad sabemos:

$x = \frac{S}{3} = \frac{57}{3} \Rightarrow x = 19$

$z = \frac{23 + 27}{2} = \frac{50}{2} \Rightarrow z = 25$

$17 = \frac{23 + y}{2} \Rightarrow y = 11$

$\therefore\ x + y + z = 19 + 11 + 25 = 55$

Clave C

20 La suma mágica "S" es:
$S = 12 + 10 + 20 = 42$

Por propiedad sabemos:

$c = \frac{S}{3} = \frac{42}{3} \Rightarrow\ c = 14$

$a = \frac{10 + 6}{2} = \frac{16}{2} \Rightarrow\ a = 8$

$16 = \frac{b + 10}{2} \Rightarrow\ b = 22$

$\therefore\ a + b + c = 8 + 22 + 14 = 44$

Clave E

NIVEL 3 (página 70)

21 Por propiedad sabemos:

$x - y = \frac{x - 2y + 5}{2}$

$2x - 2y = x - 2y + 5$

$2x - x = 5$

$\therefore x = 5$

Clave D

22 Por propiedad sabemos:

$3a - 6 = \frac{a - b + a + b}{2}$

$2(3a - 6) = 2a$

$3a - a = 6$

$2a = 6$

$\therefore\ a = 3$

Clave A

23 La suma mágica "S" es:

$15 = \frac{S}{3}$

$\Rightarrow S = 45$

Luego:

$x + 15 + y = 45$

$x + y = 45 - 15$

$\therefore\ x + y = 30$

Clave B

24 Sea "e" el término central, aplicamos propiedad del cuadrado mágico:

$2 + e + 14 = 3x + e + 5x$

$16 = 8x$

$x = \frac{16}{8}$

$\therefore\ x = 2$

Clave C

25 Aplicando propiedad:

$2x + 1 = \frac{4x - 2 + x + 1}{2}$

$4x + 2 = 5x - 1$

$2 + 1 = 5x - 4x$

$\Rightarrow x = 3$

$y + 5 = \frac{3x + x}{2}$

$y + 5 = \frac{3 . 3 + 3}{2}$

$\Rightarrow y = 1$

$4x - 2 = \frac{z + 6 + 3x}{2}$

$4 . 3 - 2 = \frac{z + 6 + 3 . 3}{2}$

$\Rightarrow z = 5$

$\therefore\ x + y + z = 3 + 1 + 5 = 9$

Clave B

26 Por propiedad sabemos:

$4z = \frac{5z + z^2}{2}$

$8z = 5z + z^2$

$3z = z^2\ ;\ z \neq 0$

$z = 3$

$x + 3 + 2x + 3 + 4z = 4z + x + 2 + 3x - 1$

$3x + 6 = 4x + 1$

$\Rightarrow x = 5$

La suma mágica es "S":

$S = x + 3 + 2x + 3 + 4z$

$S = 5 + 3 + 2 . 5 + 3 + 4 . 3$

$\Rightarrow S = 33$

$5y + 5z + x + 3 = S$

$5y + 5 . 3 + 5 + 3 = 33$

$\Rightarrow y = 2$

$\therefore\ x + y + z = 5 + 2 + 3 = 10$

Clave D



27 Por propiedad sabemos que la suma mágica "S" es:

$4S = 2 + 4 + 6 + ... + 32$

$4S = 2(1 + 2 + 3 + ... + 16)$

$4S = 2 \cdot \dfrac{16 \cdot 17}{2}$

$S = 68$

Además:

$30 + 12 + 20 + B = 68$

$\Rightarrow B = 6$

$28 + 14 + D + 4 = 68$

$\Rightarrow D = 22$

$C + 14 + 20 + 26 = 68$

$\Rightarrow C = 8$

$A + 4 + B + 26 = 68$

$A + 4 + 6 + 26 = 68$

$\Rightarrow A = 32$

$\therefore\ A + B + C + D = 32 + 6 + 8 + 22 = 68$

Clave B

28 Empecemos por la tercera fila desde arriba:

8			8

Para que la suma de los términos de dicha fila sea 34; los dos casilleros en blanco deben sumar 34 – (8 + 8) = 18, y esto solo es posible cuando sumamos 9 y 9.

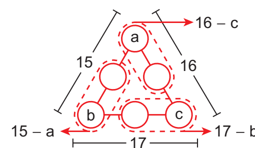
Lo mismo se aplica para la primera columna; luego el cuadrado se completa fácilmente.

9	8	8	9
8	9	8	9
8	9	9	8
9	8	9	8

$\therefore$ Ambas diagonales contienen en total 6 nueves.

Clave D

29 La suma de los números que se ubican en los vértices es (a + b + c).



Del gráfico:

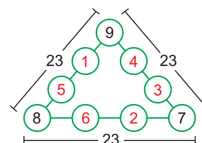
$15 - a + 16 - c + 17 - b = 2 + 4 + 6 + 8 + 10 + 12$

$48 - a - b - c = 42$

$\therefore\ a + b + c = 48 - 42 = 6$

Clave D

30 Como nos piden la mayor suma, en los vértices se deben ubicar los números mayores, es decir 9; 8; 7. Luego, la distribución es la siguiente:



$\therefore$ La suma máxima es 23.

Clave E

Operadores matemáticos

ACTIVIDADES DE RAZONAMIENTO (página 77)

1 Hacemos: $\boxed{x} = 3x + 6$

$\textcircled{x+1} = 3x - 1$

$\Rightarrow \boxed{10} = 3 \,.\, 10 + 6 = 36$

$\Rightarrow \textcircled{\boxed{10}} = \textcircled{36} = \textcircled{35+1} = 3 \,.\, 35 - 1$

$= 104$

Clave E

2 Hacemos: $a \,|\, b$ con c $= \dfrac{a+b}{a-b} - \dfrac{b+c}{b-c}$

$14 \,|\, 10$ con 8 $= \dfrac{14+10}{14-10} - \dfrac{10+8}{10-8}$

$= \dfrac{24}{4} - \dfrac{18}{2} = 6 - 9$

$= -3$

Clave D

3 Hacemos:

$\textcircled{n} = n^2 + 4 \quad \wedge \quad \boxed{n} = 2n - 1$

$\textcircled{1} = 1^2 + 4 \qquad \boxed{4} = 2 \,.\, 4 - 1$

$\textcircled{1} = 5 \qquad \boxed{4} = 7$

$\textcircled{\textcircled{1}} = \textcircled{5} = 5^2 + 4 \qquad \boxed{\boxed{4}} = \boxed{7} = 2 \,.\, 7 - 1$

$= 29 \qquad = 13$

Finalmente: $\textcircled{\textcircled{1}} - \boxed{\boxed{4}} = 29 - 13 = 16.$

Clave B

4 Hacemos:

$a \heartsuit b = a^2 - ab$

$(x+2) \heartsuit (x-1) = 4x$

$(x+2)^2 - (x+2)(x-1) = 4x$

$x^2 + 4x + 4 - x^2 + x - 2x + 2 = 4x$

$6 - x = 0$

$\therefore\ 6 = x$

Clave C

5 Hacemos:

$a \blacklozenge b = (a+b)^2 - (a-b)^2 = 4ab$

$111 \blacklozenge 52 = 4 \,.\, 111 \,.\, 52$

$37 \blacklozenge 13 = 4 \,.\, 37 \,.\, 13$

Nos piden

$N = \dfrac{111 \blacklozenge 52}{37 \blacklozenge 13} = \dfrac{4.111.52}{4.37.13}$

$\therefore\ N = 3 \,.\, 4 = 12$

Clave E

6 Como: $2a \# 3b = a^3 + b^2$

$\Rightarrow M = 4 \# 9$

$M = 2 \,.\, 2 \# 3 \,.\, 3 = 2^3 + 3^2$ (con $a = 2$, $b = 3$)

$\therefore\ M = 17$

Clave C

7 Como:

$\left(\dfrac{a}{3}\right) \Delta \left(\dfrac{b}{4}\right) = a + ab + b$

$\Rightarrow 2\Delta 3 = \left(\dfrac{6}{3}\right) \Delta \left(\dfrac{12}{4}\right) = 6 + 6 \,.\, 12 + 12 = 90$

$a = 6 \quad b = 12$

Nos piden: $\underbrace{(2 \Delta 3)}_{90} + 4 = 94$

Clave E

8 Como:

$\boxed{x-2} = x(x-2)$, hacemos un cambio de variable: $x - 2 = m \Rightarrow x = m + 2$

Luego: $\boxed{m} = (m+2)m$

Nos piden $\boxed{x-1} = (x - 1 + 2)(x - 1)$

$\boxed{x-1} = (x+1)(x-1) = x^2 - 1$

Clave B

9 Como:

$\boxed{3x+1} = 6x - 1$, hacemos un cambio de variable:

$3x + 1 = m \Rightarrow x = \dfrac{m-1}{3}$

Luego: $\boxed{m} = 6\left(\dfrac{m-1}{3}\right) - 1$

$\boxed{m} = 2m - 3$

Nos piden: $\boxed{\boxed{2}} = \boxed{2 \times 2 - 3} = \boxed{1} = 2 \,.\, 1 - 3 = -1$

Clave B

10 Como:

$a \nabla b = ab + b - a$

$\Rightarrow 5 \nabla x = 5x + x - 5 = 6x - 5$

$7 \nabla 4 = 7 \,.\, 4 + 4 - 7 = 25$

Nos piden: $5 \nabla x = (7 \nabla 4) \nabla 10$

$6x - 5 = 25 \nabla 10$

$6x - 5 = 25 \,.\, 10 + 10 - 25$

$6x = 240$

$x = 40$

Clave C

11 Como: $m * n = \dfrac{m^2}{2} + 3.$

Observamos que el operador solo depende del primer valor.

$\Rightarrow B = 4 * \underbrace{(5 * (6x \ldots))}_{C}$

$B = 4 * C = \dfrac{4^2}{2} + 3 = 11$

Clave A

12 Como:

$a \# b = a^2 - 1$, si $a \geq b$

$a \# b = b^2 - a$, si $a < b$

$\Rightarrow\ 4 \# \sqrt{17} = \left(\sqrt{17}\right)^2 - 4$ pues: $\sqrt{17} > 4$

$4 \# \sqrt{17} = 17 - 4$

$4 \# \sqrt{17} = 13$

Piden: $E = 5 \# \sqrt{4 \# \sqrt{17}}$

$E = 5 \# \sqrt{13} = 5^2 - 1$; pues $5 \geq \sqrt{13}$

$\therefore\ E = 24$

Clave C

13 Como: $\triangle a = (a-1)^2$

$\Rightarrow$ (triple triangle x) $= 64 = (9-1)^2$

$\Rightarrow$ (double triangle x) $= 9 = (4-1)^2$

$\Rightarrow$ $\triangle x = 4 = (3-1)^2$

$\therefore\ x = 3$

Clave D

14 Como:

(x) $= 2x + 1$

[x + 2] $= 3$ (x − 1)

[x + 2] $= 3[2(x-1)+1] = 6x - 3$

Si: $x + 2 = m \Rightarrow x = m - 2$

[m] $= 6(m-2) - 3 = 6m - 12 - 3$

[m] $= 6m - 15$

Piden: [8] + [9]

$(6\,.\,8 - 15) + (6\,.\,9 - 15)$

$33 \quad + \quad 39 = 72$

Clave B

REFUERZA PRACTICANDO

NIVEL 1 (página 79)

1 $\langle 15 \rangle = \dfrac{6(15)-15}{5} = 15$

Clave C

2 $10\ \#\ 4 = \dfrac{3(10)-8(4)}{2}$

$10\ \#\ 4 = -1$

Clave D

3 $2 * 1 = \dfrac{2+1}{2-1} = 3$

$4 * 3 = \dfrac{4+3}{4-3} = 7$

$E = \dfrac{3}{7}$

Clave C

4 $(2^3) = 2 + 3 + 1 = 6$

$(4^5) = 4 + 5 + 1 = 10$

$(1^6) = 1 + 6 + 1 = 8$

$\therefore\ (2^3) + (4^5) + (1^6) = 6 + 10 + 8 = 24$

Clave B

5 $(2{*}3) = 2(2) + 5(3)$

$= 4 + 15$

$= 19$

$(19{*}1) = 2(19) + 5(1)$

$= 38 + 5$

$= 43$

Clave D

6 $2 * 5 = 2(2) + 5 - 3 = 6$

[2 * 5] = [6] $= 6^2 + 1 = 37$

Clave C

7 $3{*}2 = 2(3) + 2 = 8$

$4{*}5 = 2(4) + 5 = 13$

$(3{*}2) * (4{*}5) = (8) * (13)$

$= 2(8) + 13$

$= 16 + 13 = 29$

Clave C

8 Triángulo con 1; 1, 1; −2, −3

Triángulo (1; 1, 1) = [3]

[3] $= 3^2 = 9$

Triángulo (9; −2, −3) = [4]

[4] $= 4^2 = 16$

Clave A

9 $(((x+1)^2 + 1)^2 + 1)^2 = 676$

$((x+1)^2 + 1)^2 = 25$

$(x+1)^2 = 4 \Rightarrow x + 1 = 2$

$x = 1$

Clave D

NIVEL 2 (página 80)

10 $\triangle x$ = [x] $+ 3$

$\triangle x = (x+2) + 3 \Rightarrow \triangle x = x + 5$

$\triangle 7$ + [2] $= (7+5) + (2+2)$

$= 12 + 4 = 16$

Clave B

11 $3 \times 2 + (2 + 8) = 16$

$4 \times 3 + (1 + 2) = 15$

$3 \times 2 + (2 + 1) = 9$

Piden: $(32 * 25) * 12$

$[3 \times 2 + (2 + 5)] * 12$

$13 * 12 = 1 \times 3 + (1 + 2) = 6$

Clave A

12 $15 \times \dfrac{16}{4} = 60$

$12 \times \dfrac{12}{4} = 36$

$20 \times \dfrac{12}{4} = 60$

$14 \times \dfrac{20}{4} = \overline{ab} = 70$

$7 + 0 = 7$



Clave E

13 $5x - 4 = 3\,\boxed{4} + 8$

$5x - 4 = 3(5 \times 4 - 4) + 8$

$5x - 4 = 48 + 8$

$5x = 60$

$x = 12$

Clave E

14 $3\,\triangle(x+1) + 6 = 3x - 6$

$\triangle(x+1) = x - 4$

$\boxed{10} = 3(10) + 6 = 36$

$\triangle(\boxed{10}) = \triangle(36) = 35 - 4 = 31$

Clave C

15 $P(2) = P\left(\frac{4}{2}\right)$

$P(2) = P(4) - P(2)$

$2P(2) = P(4)$

$\frac{P(4)}{P(2)} = 2$

Clave C

16 $F(x + 2) = 2(x + 2) - 1$

$= 2x + 3$

$F(-1) = 2(-1) - 1 = -3$

$\therefore F(x + 2) + F(-1) = 2x$

Clave D

17 $\triangle(P) = P(P - 1) + 3$

$\triangle(2) = 2(2 - 1) + 3 = 5$

$\triangle(\triangle(2)) = \triangle(5) = 5(4) + 3 = 23$

$\triangle(4) = 4(3) + 3 = 15$

$\triangle(4) + \triangle(\triangle(2)) = 23 + 15 = 38$

Clave D

18 $2 \,\Delta\, 1 = (2 + 1)(2^2 - 2 \times 1 + 1^2) = 9$

$1 \,\Delta\, 2 = (1 + 2)(1^2 - 1 \times 2 + 2^2) = 9$

$9 \,\Delta\, 9 = (9 + 9)(9^2 - 9 \times 9 + 9^2) = 1458$

Clave B

19 $8 * 2 = 3(8 + 2) + 1 = 31$

$31 \,\Delta\, 30 = 31 - \frac{30}{2} = 31 - 15 = 16$

Clave A

20 $\boxed{x+1} = (x + 1)(x + 2)$

$\boxed{\boxed{x}} = 42 = (5 + 1)(5 + 2) = \boxed{5+1}$

$\boxed{\boxed{x}} = \boxed{6}$

$\boxed{x} = 6 = (1 + 1)(1 + 2) = \boxed{1+1}$

$\boxed{x} = \boxed{2} \Rightarrow x = 2$

Clave A

NIVEL 3 (página 81)

21 $\bigcirc(\triangle(x)) = \triangle(x)^2 - 1 = x(x + 2)$

$\triangle(x)^2 = x^2 + 2x + 1$

$\triangle(x) = x + 1$

$\triangle(3) = 4 \Rightarrow \triangle(\triangle(3)) = 5$

$\bigcirc(2) = 2^2 - 1 = 3$

$\left(\triangle(\triangle(3)) + \bigcirc(2)\right)^2 = (5 + 3)^2 = 64$

Clave A

22 $\triangle(5) = 10$

$\triangle(4) = 4$

$\triangle(6) = 6$

$\triangle(8) = 8$

$\triangle(10 + 9 + 4 - 6) - 8$

$\triangle(17) - 8 = 34 - 8 = 26$

Clave D

23 $a \# b = \left(\frac{a^2b + 35b}{4a}\right) b^{-1}$

$a \# b = \frac{a^2 + 35}{4a}$

Solo depende de a, entonces:

$5 \# \underbrace{\left[5\#\{5\#(...)\}\right]}_{B}$

$5 \# B = \frac{5^2 + 35}{4(5)} = 3$

Clave A

24 $\triangle(a)^2 - 1 = a(a + 2)$

$\triangle(a)^2 = a(a + 2) + 1 = (a + 1)^2$

$\triangle(a) = a + 1$

$\triangle(3) = 3 + 1 = 4$

$\triangle(\triangle(3)) = \triangle(4) = 4 + 1 = 5$

$\boxed{2} = 2^2 - 1 = 3$

$\therefore \triangle(3) + \triangle(\triangle(3)) - \boxed{2} = 4 + 5 - 3 = 6$

Clave B

25 $\boxed{\bigcirc(n)} = 2\bigcirc(n) + 1 = 3n$

$\bigcirc(n) = \frac{3n - 1}{2}$

$\bigcirc\left(\frac{5}{3}\right) = \frac{3\left(\frac{5}{3}\right) - 1}{2} = \frac{5 - 1}{2} = \frac{4}{2} = 2$

$\boxed{4} = 2(4) + 1 = 9$

$\bigcirc(\boxed{4}) = \bigcirc(9) = \frac{3(9) - 1}{2} = 13$

$\Rightarrow \sqrt[2]{13} = \sqrt{13}$

Clave B

26 $\bigcirc(6) = 0$

$\Rightarrow A = 1^0 = 1$



Clave B

27 $\boxed{6} = \boxed{11-5} = 11 - 9 = 2$

$\boxed{6} + 6 = 8$

$\boxed{\boxed{6}+6} = \boxed{8} = \boxed{13-5} = 13 - 9 = 4$

$\boxed{4+6} = \boxed{10}$, se observa que cada $\boxed{}$, suma 2.

Con 120 operadores: $2 \times 120 = 240 \ + 6 = 246$

Clave B

28 $m \,\Delta\, n = (m+n)\sqrt{m \,\Delta\, n}$

$(m \,\Delta\, n)^2 = (m+n)^2(m \,\Delta\, n)$

$m \Delta\, n = (m+n)^2$

$-1 \Delta\ 2 = (-1+2)^2 = 1$

$\Rightarrow M = 1^{exp} = 1$

Clave B

29 $A = 1^2 \ @ \ B$

$= 3(1)^2 - 20$

$= 3 - 20 = -17$

Clave B

30 $E = \triangle_{-1} + \triangle_{-2} + \triangle_{-5}$

$x - 3 = -1$

$x = 2 > 1 \Rightarrow \triangle_{-1} = 2(2) + 1 = 5$

$x - 3 = -2$

$x = 1 \leq 1 \Rightarrow \triangle_{-2} = 2(1) - 2 = 0$

$x - 3 = -5$

$x = -2 \leq -1 \Rightarrow \triangle_{-5} = 2(-2) \ - 1 = -5$

$E = 5 + 0 - 5 = 0$

Clave B

31 $ⓢ^2 + 2ⓢ = 35$, where ⓢ denotes 5 in a circle: $\text{(5)}^2 + 2\text{(5)} = 35$

$\text{(5)}(\text{(5)} + 2) = 5 \times 7$

$\text{(5)} = 5 \Rightarrow$ (5 inside 2003 circles, "2003 veces") $= 5$

Clave A

32 Uno de los exponentes es:

$\boxed{1002 | 1002}$

$\Rightarrow \boxed{1002 | 1002} = \dfrac{1002}{1002} - \dfrac{1002}{1002} = 0$

$\Rightarrow E = (\text{base})^{\text{cero}} = 1$

Clave B

33 $a * b = (a+b)^{(a+b)}$

$E = ((a+b) * (a+b)) \Rightarrow (2(a+b))^{2(a+b)}$

$E = (4(a+b)^2)^{(a+b)}$

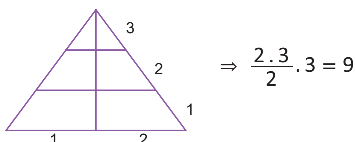
Clave D

Unidad 2

Conteo de figuras

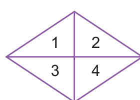
ACTIVIDADES DE RAZONAMIENTO (página 88)

1 Observamos que esta figura se repite 4 veces:



$\Rightarrow \dfrac{2 \,.\, 3}{2} \,.\, 3 = 9$

$\Rightarrow \ 9 \times 4 = 36$ triángulos.



Toda la figura:

Con 1 número: 1; 2; 3; 4 = 4

Con 2 números: 12; 34; 13; 24 = 4

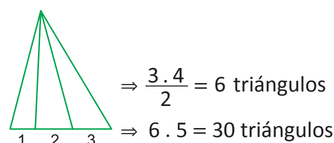
$\Rightarrow \ 4 + 4 = 8$ triángulos

$\Rightarrow \ 36 + 8 = 44$

$\therefore$ Hay 44 triángulos.

Clave E

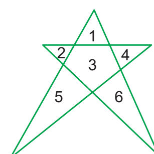
2 Observamos que esta figura se repite 5 veces:



$\Rightarrow \dfrac{3 \,.\, 4}{2} = 6$ triángulos

$\Rightarrow \ 6 \,.\, 5 = 30$ triángulos

Toda la figura:



Los triángulos con 1 número ya están contados arriba.

Con 3 números:

135; 136, 234; 534; 236 = 5

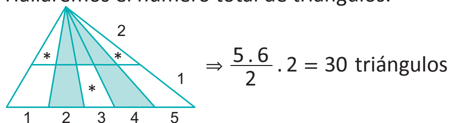
$30 + 5 = 35$

$\therefore$ Hay 35 triángulos.

Clave B



3 Hallaremos el número total de triángulos.



$\Rightarrow \frac{5\,.\,6}{2}\,.\,2 = 30$ triángulos

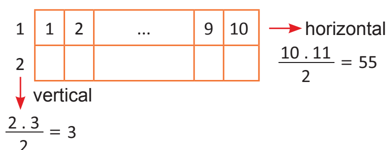
Ahora hallaremos el número de triángulos sin (*) (área sombreada)

$\triangle$ sin (*) $= \frac{3\,.\,4}{2} + 2 = 8 \Rightarrow \triangle$ con (*) $= 30 - 8 = 22$

$\therefore$ Hay 22 triángulos con (*).

Clave D

4



$\frac{10\,.\,11}{2} = 55$

$\frac{2\,.\,3}{2} = 3$

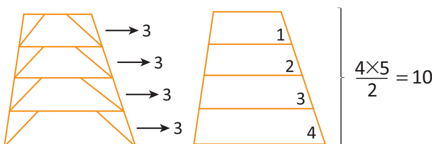
$\Rightarrow$ Segmentos horizontales $= 55\,.\,3 = 165$

$\Rightarrow$ Segmentos verticales $= 3\,.\,11 = 33$

$\therefore$ Hay $165 + 33 = 198$ segmentos.

Clave C

5

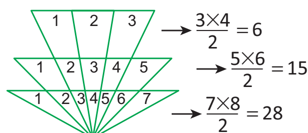


$\frac{4 \times 5}{2} = 10$

$\therefore$ Total de cuadriláteros: $10 + 4\,.\,3 = 22$

Clave B

6



$\frac{3 \times 4}{2} = 6$

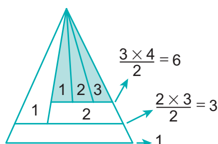
$\frac{5 \times 6}{2} = 15$

$\frac{7 \times 8}{2} = 28$

$\therefore$ Total de triángulos: $28 + 15 + 6 = 49$.

Clave C

7



$\frac{3 \times 4}{2} = 6$

$\frac{2 \times 3}{2} = 3$

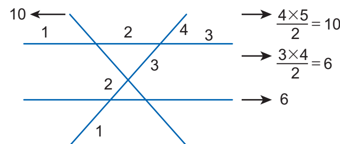
1

$\therefore$ Luego, el número total de triángulos será:

$6 + 3 + 1 = 10$

Clave A

8



$\frac{4 \times 5}{2} = 10$

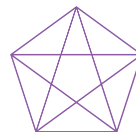
$\frac{3 \times 4}{2} = 6$

Número total de segmentos $= 10 + 10 + 6 + 6$

$\therefore$ n.° de segmentos es: 32.

Clave E

9



Existen 5 diagonales las cuales están divididas en 3 segmentos.

1 2 3 $= \frac{3\,.\,4}{2} = 6$

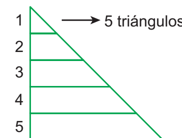
$\Rightarrow 6\,.\,5 = 30$ segmentos.

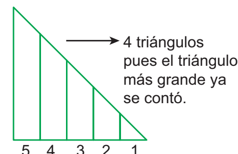
Además el pentágono tiene 5 lados $\Rightarrow$ 5 segmentos

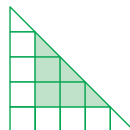
$\therefore$ Existen $30 + 5 = 35$ segmentos

Clave D

10 Analizando por partes:





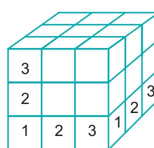


En la figura sombreada existen: 6 triángulos.

$\therefore$ Existen $5 + 4 + 6 = 15$ triángulos.

Clave A

11 Aplicando las fórmulas:



C = n.° de cubos $= \left(\frac{3\,.\,4}{2}\right)^2 = 36$

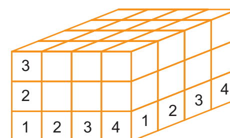
T = n.° de paralelepípedos $= \left(\frac{3\,.\,4}{2}\right)^3$

$= 216$

$\therefore$ T – C $= 216 - 36 = 180$.

Clave B

12 Aplicando la fórmula para el paralelepípedo.



n.° de paralelepípedos $= \frac{3(3+1)}{2}\,.\,\frac{4(4+1)}{2}\,.\,\frac{4(4+1)}{2}$

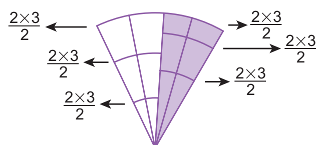
$= 600$

$\therefore$ Hay 600 paralelepípedos.

Clave E



13 Analizamos por partes.



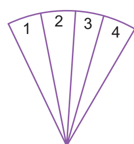
Área sombreada por fórmula:

n.° de ▽ = $\frac{2 \cdot 3}{2} \cdot 3 = 9$

Área no sombreada por fórmula:

n.° de ▽ = $\frac{2 \cdot 3}{2} \cdot 3 = 9$

Ahora analizamos la figura total



⇒ n.° de ▽ = $\frac{4 \cdot 5}{2} = 10$

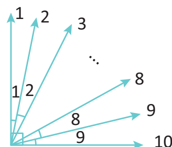
Pero tenemos que restarle los sectores circulares repetidos con todos en la primera parte.

n.° de ▽ = 10 – 3 – 3 = 4

∴ Hay 9 + 9 + 4 = 22 sectores circulares.

Clave A

14 Aplicamos la fórmula para ángulos:



n.° de ∢ = $\frac{9(9+1)}{2} = 45$

Ahora como nos piden solo ángulos agudos, tenemos que restarle el ángulo recto incluido en el conteo.

⇒ n.° de ∢ agudos = 45 – 1 = 44

∴ n.° de ∢ agudos es 44.

Clave C

REFUERZA PRACTICANDO

NIVEL 1 (página 90)

1 n.° de cuadriláteros:

Con 1 zona: 1
Con 2 zonas: 4
Con 3 zonas: 2
Con 4 zonas: 0
Con 5 zonas: 4
Con 6 zonas: 0
Con 7 zonas: 1

∴ Hay 12 cuadriláteros.

Clave E

2 n.° de cuadriláteros convexos:

Con 1 zona: 4
Con 2 zonas: 6
Con 3 zonas: 2
Con 4 zonas: 3
Con 6 zonas: 1

n.º de cuadriláteros convexos: 16

Clave E

3 n.° de triángulos:

Con 1 zona: 6
Con 2 zonas: 4
Con 3 zonas: 0

∴ Hay 10 triángulos.

Clave C

4 n.° de cuadriláteros:

Con 1 zona: 5
Con 2 zonas: 12
Con 3 zonas: 10 + 4 = 14
Con 4 zonas: 0
Con 5 zonas: 0
Con 13 zonas: 1

Hay 32 cuadriláteros.

Clave A

5 n.° de triángulos:

Con 1 zona: 6
Con 2 zonas: 4
Con 3 zonas: 1
Con 4 zonas: 0
El triángulo mayor: 1

En total hay 12 triángulos.

Clave B

6 En ▱ ABCE ⇒ $\frac{4 \cdot 5}{2}$ = 10 paralelogramos

En ▱ CDEF ⇒ $\frac{4 \cdot 5}{2}$ = 10 paralelogramos

En ▱ ABDF ⇒ $\frac{4 \cdot 5}{2}$ = 10 paralelogramos

∴ 10 + 10 + 10 = 30 paralelogramos

Clave D

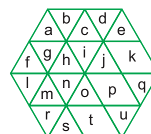
7 △ ABC ⇒ $\frac{3 \cdot 4}{2}$ = 6 triángulos

△ EBF ⇒ 1 triángulos

∴ 6 + 1= 7 triángulos

Clave A

8



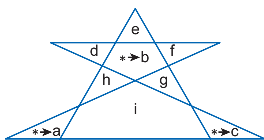
1 letra: a; b; c; d; e; f; g; h; i; j; l; m; n; o; q; r; s; u = 18
3 letras: pqu; dst; ejk; ojp = 4
4 letras: afgh; chij; mnho; bcdi; ghni; lmnr = 6
8 letras: chijmnop = 1

∴ 18 + 4 + 6 + 1 = 29

Clave C



9



Con 1 letra: a; c = 2

Con 3 letras: aic; dbf; dbg; hbf; heb; ebg = 6

Con 5 letras: ihgbe = 1

$\therefore$ 2 + 6 + 1 = 9 triángulos

Clave B

10 Total de cubos, por fórmula:

$5 \times 3 \times 3 + 4 \times 2 \times 2 + 3 \times 1 \times 1 = 64$

En total hay 64 cubos.

Clave D

NIVEL 2 (página 91)

11 $\text{n.° de cuadriláteros} = \dfrac{9 \times 10}{2} \times \dfrac{3 \times 4}{2} = 270$

$\text{intercepción} = \dfrac{3 \times 4}{2} \times \dfrac{3 \times 4}{2} = 36$

Luego:

$2 \times\ 270 - 36 = 504$

Clave A

12 Por cada círculo:

$8 \times 7 = 56$

En los 5 círculos:

$56 \times 5 = 280$

Hay 280 sectores circulares.

Clave D

13 Por fórmula:

$$\frac{4 \times 5}{2} \times \frac{3 \times 4}{2} \times \frac{14 \times 15}{2} = 10 \times 6 \times 105$$
$$= 6300$$

Clave C

14 La estructura es: $4 \times 6 \times 10$.

Por fórmula:

$10 \times 4 \times 6 + 9 \times 3 \times 5 + 8 \times 2 \times 4 + 7 \times 1 \times 3$

= 460 cubos

Clave A

15 $\text{n.° ángulos} = \dfrac{24 \times 25}{2} = 12 \times 25 = 300$

Clave C

16 Triángulos grandes: 73×2

Triángulos chicos: 72×2

$\Rightarrow$ Total $= 73 \times 2 + 72 \times 2$

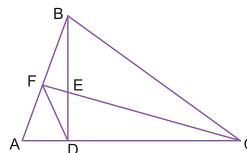
$= (73 + 72) \times 2$

$= (145) \times 2$

$= 290$

Clave A

17



Segmento AB $\Rightarrow$ 3 segmentos

Segmento AC $\Rightarrow$ 3 segmentos

Segmento FC $\Rightarrow$ 3 segmentos

Segmento BD $\Rightarrow$ 3 segmentos

Segmento BC $\Rightarrow$ 1 segmentos

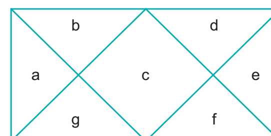
Segmento FD $\Rightarrow$ 1 segmentos

$\Rightarrow$ n.° de segmentos = 3 + 3 + 3 + 3 + 1 + 1 = 14

$\therefore \dfrac{\text{n.° de segmentos}}{2} = \dfrac{14}{2} = 7$

Clave D

18



n.° de triángulos:

1 letra: a; b; d; e; f; g = 6

2 letras: ab; de, ef; ga = 4 } 12

3 letras: gcf; bcd = 2

n.° de cuadriláteros:

1 letra: c = 1

2 letras: gc; cf; bc; cd = 4

3 letras: gcd; bcf = 2

5 letras: abcgf; gcdef; gabcd; fcbde = 4 } 12

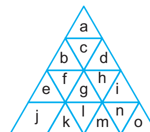
7 letras: abcdefg = 1

$\therefore$ n.° de triángulos = 12

n.° de cuadriláteros = 12

Clave B

19



1 letra: a; b; c; d; e; f; g; h; i; k; l; m; n; o = 14

3 letras: ejk = 1

4 letras: abcd; befg; dghi; imno; gklm; lfgh = 6

8 letras: bfglmekj = 1

9 letras: abcdefghi; dghiklmno = 2

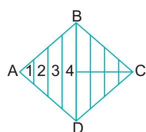
15 letras: 1

$\therefore$ n.° total de triángulos = 25

Clave E



20



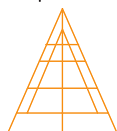
n.° de triángulos en △ ABD = 4
n.° de triángulos en △ BCD = 12
∴ n.° de triángulos = 4 + 12 = 16

Clave D

NIVEL 3 (página 92)

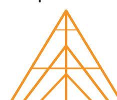
21 Dividimos de la siguiente manera:

1.ª parte:



En el triángulo mayor:
3(5) = 15 triángulos
En el triángulo menor:
3(4) = 12 triángulos

2.ª parte:

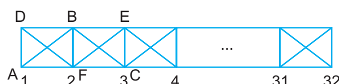


En el triángulo mayor:
3(3) = 9 triángulos
En el triángulo pequeños:
2(3) + 3 = 9 triángulos

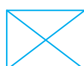
En total: 15 + 12 + 9 + 9 = 45 triángulos.

Clave A

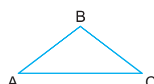
22



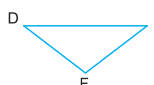
Analizando una figura básica:



⇒ Se cuentan 8 triángulos
Existen 31 figuras básicas
⇒ 31 . 8 = 248 triángulos



⇒ Se cuentan 30 triángulos de esta forma.

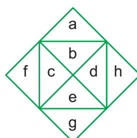


⇒ Se cuentan 30 triángulos de esta forma.

∴ 248 + 30 + 30 = 308 triángulos.

Clave B

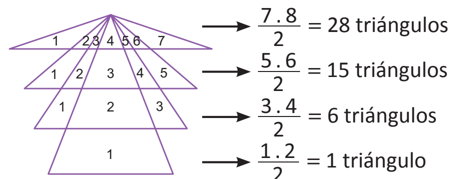
23



3 letras: bce; bed; cde; cbd = 4
5 letras: abcde; gcdbe; fcbde; hcbde = 4
6 letras: cbdeah; edcbfa; bdcefg; cbedgh = 4
7 letras: fgbcdeh; abcdefg; fcbdeha; abcdehg = 4
∴ n.° polígonos = 4 + 4 + 4 + 4 = 16.

Clave C

24

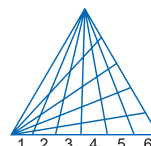


$\frac{7 . 8}{2}$ = 28 triángulos
$\frac{5 . 6}{2}$ = 15 triángulos
$\frac{3 . 4}{2}$ = 6 triángulos
$\frac{1 . 2}{2}$ = 1 triángulo

∴ n.° de triángulos = 28 + 15 + 6 + 1 = 50 triángulos.

Clave D

25 De la figura:



21 + (21 + 6) + (21 + 2 × 6) + (21 + 3 × 6) + (21 + 4 × 6)
= 21 + 27 + 33 + 39 + 45
= 165
Hay 165 triángulos.

Clave C

26 La cantidad de triángulos es:

$\frac{21 \times 20}{2} = 21 \times 10 = 210$

En cada ◺ hay dos ángulos agudos
⇒ n.° ángulos agudos = 2 × 210
= 420

Clave C

27 Total de cuadriláteros:

$\frac{4 \times 5}{2} \times \frac{4 \times 5}{2} = 10 \times 10 = 100$

Cuadriláteros sin (*):
12 + 12 + 4 + 2 = 30
⇒ 100 – 30 = 70

Clave B

28 En la figura hay 61 cuadriláteros.
En cada cuadrilátero hay 2 diagonales.
⇒ n.° diagonales = 2 × 61 = 122.

Clave E

29 Son:
2 + 3 + 2 = 7 asteriscos.

Clave A

30



3 triángulos = 3 × 1



6 triángulos = 3 × 2

Luego, en total hay:
3 × 10 = 30 triángulos.

Clave C

ACTIVIDADES DE RAZONAMIENTO (página 99)

1

$$R=\left[\frac{8\frac{4}{9}-2,\overset{\frown}{8}}{3,\overset{\frown}{7}+\frac{11}{9}}\right]\div\frac{1}{10}=\left[\frac{\frac{76}{9}-\frac{26}{9}}{\frac{34}{9}+\frac{11}{9}}\right]\div\frac{1}{10}$$

$$=\left[\frac{\frac{76-26}{9}}{\frac{45}{9}}\right]\div\frac{1}{10}=\frac{10}{9}\cdot 10$$

$$R=\frac{100}{9}\quad\therefore\sqrt{R}=\sqrt{\frac{100}{9}}=\frac{10}{3}$$

Clave C

2

Por ser homogéneas:

$a_1=a_2=a_3=\ldots=a_{11}=a$

Efectuando la suma:

$$\frac{10+11+12+\ldots+20}{a}=\frac{\left(\frac{10+20}{2}\right)\times 11}{a}=\frac{15\times 11}{a}$$

Se nota que: $a>20$ (fracción impropia)

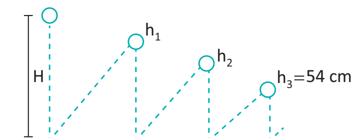
$$\frac{3\times 5\times 11}{a}=N_{máx.}$$

Para que el resultado sea máximo, a debe ser mínimo.

$\therefore\ a=33$

Clave D

3



H = altura de donde se deja caer la bola de billar.

Según el enunciado tenemos:

$h_1=\frac{3}{4}H,\ h_2=\frac{3}{4}h_1,\ h_3=\frac{3}{4}h_2$

$$\Rightarrow h_3=\frac{3}{4}\left(\frac{3}{4}\left(\frac{3}{4}H\right)\right)=\frac{27}{64}H$$

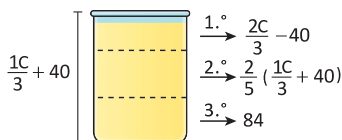
$$h_3=\frac{27}{64}H$$

$$54=\frac{27}{64}H$$

$\therefore\ H=128$ cm

Clave E

4 Graficando tenemos:



C = capacidad inicial del depósito

$$\Rightarrow\frac{2}{5}\left(\frac{1}{3}C+40\right)+84=\frac{1}{3}C+40$$

$$84=\left(\frac{1}{3}C+40\right)\frac{3}{5}$$

$\therefore\ C=300$ L

Clave A

5 x: n.° de hojas del libro

1.er día: $\frac{x}{5}+20\Rightarrow$ queda: $\frac{4}{5}x-20$

2.° día: $\frac{2}{3}\left(\frac{4}{5}x-20\right)-20$

$\Rightarrow$ queda: $\frac{1}{3}\left(\frac{4}{5}x-20\right)+20$

Luego:

$$\frac{1}{3}\left(\frac{4}{5}x-20\right)+20=80$$

$$\frac{4x}{5}=200$$

$$x=250$$

Clave C

6 De los cajamarquinos:

$$\frac{2}{7}+\frac{3}{13}+\frac{5}{11}=\frac{972}{1001}$$

$\Rightarrow$ n.º cajamarquinos = 1001

$\therefore$ n.º arequipeños = 1010 – 1001 = 9

Clave A

7

Ventas		Queda	Precio
$\frac{1}{3}x+4$	$\Rightarrow$	$\frac{2}{3}x-4$	S/. 50
$\frac{3}{5}\left(\frac{2}{3}x-4\right)$	$\Rightarrow$	$\frac{2}{5}\left(\frac{2}{3}x-4\right)$	S/. 40
$\frac{1}{2}\left[\frac{2}{5}\left(\frac{2x}{3}-4\right)\right]+4$	$\Rightarrow$	0	S/. 30

$$\Rightarrow\frac{1}{2}\left[\frac{2}{5}\left(\frac{2x}{3}-4\right)\right]-4=0$$

$$\frac{1}{2}\left[\frac{2}{5}\left(\frac{2x}{3}-4\right)\right]=4$$

$$\frac{2x}{3}-4=20$$

$$\frac{2x}{3}=24\Rightarrow x=36$$

Entonces, en total recaudó:

$16\times 50+12\times 40+8\times 30=$ S/.1520

Clave D

8 Si B lo hace en x horas , en una hora avanzan:

$$\frac{1}{10}+\frac{1}{x}=\frac{1}{6}$$

$$\frac{x+10}{10x}=\frac{1}{6}$$

$$6x+60=10x$$

$$60=4x$$

$$x=15\text{ h}$$

Clave E



9 Kike solo: x días ⇒ $\frac{1}{x}$ de obra en 1 día.

Daniel solo: 3x días ⇒ $\frac{1}{3x}$ de obra en 1 día.

El avance diario es:

$$\frac{1}{3x}+\frac{1}{x}=\frac{1}{90}$$

$$\frac{4}{3x}=\frac{1}{90}$$

$$x=120$$

Daniel demora: $3x = 3 \times 120 = 360$ días

Clave B

10 No se vendieron:

$$\frac{1}{3}x+\frac{1}{5}x=\frac{8}{15}x$$

Piden:

$$\frac{\frac{8x}{15}}{2x}=\frac{8x}{15 \,.\, 2x}=\frac{4}{15}$$

Clave A

11 En un día juntos avanzan:

$$\frac{1}{12}+\frac{1}{60}=\frac{1}{10}$$

En 2 días avanzaron: $2 \,.\, \frac{1}{10}=\frac{1}{5}$

Solamente Beatriz:

1 obra ——— 60

$\frac{4}{5}$ obra ——— x

$$x=\frac{4 \,.\, 60}{5}$$

x = 48 días

Clave D

12 $\frac{3}{5}V_1 = 100 \Rightarrow V_1 = \frac{500}{3}$

$\frac{3}{4}V_2 = 100 \Rightarrow V_2 = \frac{400}{3}$

Por dato:

$V_3 = V_1 + V_2 = \frac{500}{3}+\frac{400}{3}=\frac{900}{3}=300$

Piden:

$x=\frac{100}{300} \Rightarrow x=\frac{1}{3}$

Clave D

13 1 kg (crudo) <> $\frac{4}{5}$ kg (tostado)

p: precio por kilogramo de café tostado.

$$\frac{4}{5}p = 12 + \frac{12}{10}$$

$$4p = 60 + 6$$

$$p=\frac{66}{4}$$

p = S/.16,5

Clave D

14 Total de dinero: S/.360

Blusa: $\frac{3}{8} \times 360 = 135$

⇒ Le quedan: S/.225

Sandalias: $\frac{3}{5} \times 225 =$ S/.135

⇒ Le quedan: S/.90

Clave A

REFUERZA PRACTICANDO

NIVEL 1 (página 101)

1 $\frac{1}{5}A = \frac{3}{10}B \;\Rightarrow\; A = \frac{3}{2}B$

Clave D

2

$$\left(\frac{1}{5}+\frac{7}{6}\times\frac{3}{4}\right)\times\frac{5}{3}\times\frac{4}{5}\times 10$$

$$=\left(\frac{1}{5}+\frac{7}{8}\right)\times\frac{40}{3}=\frac{43}{40}\times\frac{40}{3}=14\frac{1}{3}$$

Clave A

3 Sea a lo resuelto y N el total de preguntas del examen.

$a=\frac{3}{5}(N-a) \;\Rightarrow\; 5a = 3N - 3a$

$8a = 3N$

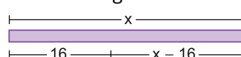
$\therefore\; \frac{a}{N}=\frac{3}{8}$

Clave D

4

Del enunciado:

Sea x la longitud de la varilla:



$16 = \frac{2}{3}(x-16) \Rightarrow x = 24 + 16$

$\therefore\; x = 40$ m

Clave A

5 $\frac{5}{6}V - 20\,000 = \frac{2}{3}V$

$\left(\frac{5}{6}-\frac{2}{3}\right)V = 20\,000 \Rightarrow V = 120\,000$ L

Piden: $\frac{V}{3}=\frac{120\,000}{3}=40\,000$ L

Clave C

6 Sea J la cantidad total de Jorge.

$J-\frac{J}{3}+\frac{1}{3}\left(J-\frac{J}{3}\right)=J-12$

$J-\frac{J}{3}+\frac{J}{3}-\frac{J}{9}=J-12$

$J = 9 \times 12 = 108$

$\therefore\; J = \$108$

Clave A



7 Sea N el número de personas.

Si $\frac{2}{3}$N son mujeres $\Rightarrow \frac{1}{3}$N son varones.

Varones casados: $\frac{3}{5}\times\frac{N}{3}=\frac{N}{5}$

Del enunciado:

$\frac{N}{5}+6=\frac{N}{3} \quad\Rightarrow\quad 6=\frac{2}{15}N$

$\therefore\ N=45$

Clave A

8 Sea x el número de entradas.

Del enunciado se tiene:

$$x-\frac{1}{5}x-\frac{1}{3}\left(x-\frac{1}{5}x\right)=48$$

$$\frac{4}{5}x-\frac{1}{3}\left(\frac{4}{5}x\right)=48 \;\Rightarrow\; \frac{4}{5}x\left(1-\frac{1}{3}\right)=48$$

$$\frac{4}{5}\left(\frac{2}{3}x\right)=48 \;\Rightarrow\; x=\frac{48}{8}\cdot 15=90$$

Clave C

9 Sea A el número de aves.

$$\frac{4}{5}A+\frac{5}{6}\left(A-\frac{4}{5}A\right)+8=A$$

$$\frac{4}{5}A+\frac{A}{6}+8=A\Rightarrow\frac{29}{30}A+8=A\Rightarrow 8=\frac{A}{30}$$

$\therefore A=8\times 30=240$

Clave D

NIVEL 2 (página 101)

10 Si: $\frac{1}{5}x=\frac{2}{5}y\Rightarrow x=2y$

$$\frac{x-y}{2x+y}=\frac{2y-y}{2(2y)+y}=\frac{y}{5y}=\frac{1}{5}$$

Por lo tanto, (x – y) es 1/5 de (2x + y).

Clave A

11 Sea V la cantidad de vasos.

$$V-\frac{1}{3}V-30=\frac{5}{8}V$$

$$V\left(1-\frac{1}{3}-\frac{5}{8}\right)=30\Rightarrow\frac{V}{24}=30$$

$\therefore\ V=720$ vasos

Clave D

12 Mujeres son: 40 – 12 = 28

Niñas son 1/4(28) = 7

Piden: $x=\frac{21}{28}$

Clave A

13 Total: 48 litros

Se retira	Queda
$\frac{3}{8}\cdot 48=18$	$48-18=30$
$\frac{2}{3}\cdot 30=20$	$30-20=10$
$\frac{3}{5}\cdot 10=6$	$10-6=4$

$\therefore$ Quedan 4 litros.

Clave A

14 Áreas sembradas:

Pasto: $\frac{A}{2}$ Café: $\frac{A}{2}\times\frac{1}{3}=\frac{A}{6}$

Maíz: $\frac{3}{5}\left(A-\frac{A}{2}-\frac{A}{6}\right)=\frac{A}{5}$

El área que queda sin sembrar es:

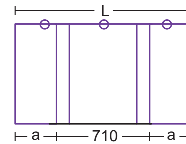
$$A-\frac{A}{2}-\frac{A}{6}-\frac{A}{5}=\left(1-\frac{13}{15}\right)A=\frac{2}{15}A$$

Piden:

$$\frac{\frac{2A}{15}}{\frac{A}{2}+\frac{A}{6}+\frac{2}{15}A}=\frac{\frac{2A}{15}}{\frac{24A}{30}}=\frac{4}{24}=\frac{1}{6}$$

Clave D

15 Sea el fardo dividido en tres partes iguales:



$$a=\frac{4}{7}\times\frac{L}{3}=\frac{4}{21}L$$

$$b=\frac{2}{5}\times\frac{L}{3}=\frac{2}{15}L$$

$$a+b=\left[\frac{4}{21}+\frac{2}{15}\right]L=\frac{34}{105}L$$

Además, del gráfico se tiene:

$$L=\frac{34}{105}L+710$$

$$L-\frac{34}{105}L=710$$

$$\frac{71}{105}L=710\Rightarrow L=1050$$

$\therefore\ a+b=1050\times\frac{34}{105}=340$ m

Clave C

16 Sea x el sueldo:

$$x+\frac{x}{5}-\frac{1}{5}\left(x+\frac{x}{5}\right)=\frac{6}{5}x-\frac{1}{5}\cdot\frac{6}{5}x=\frac{6}{5}x\left(1-\frac{1}{5}\right)$$

$$=\frac{24}{25}x \text{ (es lo que queda)}$$

$\therefore$ Disminuye en 1/25.

Clave D



17 Sea **a** lo que se extrae:

$a = \frac{1}{4}(1400 - a)$

$5a = 1400 \Rightarrow a = 280$

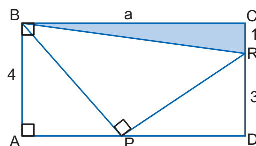
Piden: $a + \frac{a}{4}$

$\therefore\ a + \frac{a}{4} = \frac{5}{4}a = \frac{5}{4}(280) = 350$ L

Clave D

NIVEL 3 (página 102)

18



$\frac{A_{\triangle BCR}}{A_{\square ABCD}} = \frac{\frac{a\,.\,1}{2}}{A\,.\,a} = \frac{1}{8}$

Clave D

19 Sea a un número impar.

$f = \frac{a}{a+2} < \frac{0,83}{100}$

$\frac{a}{a+2} < \frac{83}{100} \Rightarrow 100a < 83a + 166$

$17a < 166$

$a < 9,76$

$a = \{1; 3; 5; 7; 9\} \Rightarrow \{\frac{1}{3}; \frac{3}{5}; \frac{5}{7}; \frac{7}{9}; \frac{9}{11}\}$

Clave C

20

$\frac{x-a}{y-a} = \frac{y}{x} \Rightarrow x^2 - ax = y^2 - ay$

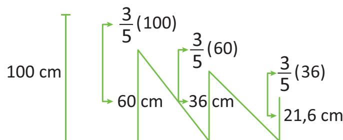
$x^2 - y^2 = ax - ay$

$(x + y)(x - y) = a(x - y)$

$a = x + y$

Clave B

21



Clave A

22 Sea V el total de agua y **a** lo tomado.

$\frac{V-a}{2} = \frac{a}{3} \Rightarrow a = \frac{3V}{5}$

Lo que habré tomado en total (x) es:

$x = a + \frac{1}{4}(V - a) = \frac{3}{5}V + \frac{1}{4}V - \frac{1}{4} \times \frac{3}{5}V$

$x = \frac{14}{20}V = \frac{7}{10}V$

$\therefore$ Me habré tomado los $\frac{7}{10}$ del total.

Clave D

23 Sea:

x la cantidad total.
a la cantidad que perdí.
b la cantidad que recupero.

$a = \frac{2}{3}(x - a) \qquad \Rightarrow a = \frac{2}{5}x$

$b = \frac{1}{3}(a - b)$

$b = \frac{a}{4} = \frac{1}{4}\left(\frac{2}{5}x\right) = \frac{1}{10}x$

Del enunciado:

$x - a + b = 42$

$x - \frac{2}{5}x + \frac{x}{10} = 42$

$\frac{7}{10}x = 42 \Rightarrow x = 60$

Piden:

$42 - \frac{1}{6}(a - b) = 42 - \frac{1}{6}\left[\frac{2}{5}(60) - \frac{1}{10}(60)\right] = 39$

Clave B

24 Litros de alcohol: 5 L

Analizando los litros de alcohol:

$5 - \frac{1}{4} \cdot 5 = \frac{15}{4}$ (queda de alcohol)

Luego:

$\frac{15}{4} - \frac{1}{3}\left(\frac{15}{4}\right) = \frac{45 - 15}{12} = \frac{30}{12} = 2,5$

$\therefore$ Quedan 2,5 litros de alcohol.

Clave C

25 $E = \frac{16}{25} + \frac{1616}{2525} + \frac{161616}{252525} + ... + \frac{1616...16}{2525...25}$

$E = \frac{16}{25} + \frac{16(101)}{25(101)} + \frac{16(10101)}{25(10101)} + ... + \frac{16(1010...01)}{25(1010...01)}$

$E = \frac{16}{25}\underbrace{(1 + 1 + ... + 1)}_{25\text{ veces}}$

$E = \frac{16}{25} \times 25 = 16$

Clave B

26 Como es fracción propia se cumple:

$x + 1 < 2x - 1$

$2 < x$

Por dato: $x < 7 \Rightarrow 2 < x < 7$

$\therefore 3 + 4 + 5 + 6 = 18$

Clave E

Tanto por ciento

ACTIVIDADES DE RAZONAMIENTO (página 108)

1 $P_V = P_C + G$

$P_V = 270 + 10\%P_V + 40\%\ 270$

$P_V - 10\%P_V = 270 + \frac{40}{100} \times 270$

$90\%\ P_V = 378$

$\frac{90}{100} \cdot P_V = 378$

$\therefore\ P_V = S/.420$

Clave E

2 Primera blusa (se gana un 20%)

$Pv_1 = Pc_1 + g$ G: ganancia

$60 = Pc_1 + 20\% \cdot Pc_1$

$60 = 120\% \cdot Pc_1$

$\Rightarrow Pc_1 = S/.50$

Segunda blusa (se pierde un 20%)

$Pv_2 = Pc_2 - P$ P: pérdida

$60 = Pc_2 - 20\% \cdot Pc_2$

$60 = 80\% \cdot Pc_2$

$\Rightarrow Pc_2 = S/.75$

Luego:

$Pc_1 = Pc_2 = 125$ (costo total)

$Pv_1 = Pv_2 = 120$ (venta total)

$\therefore$ Se perdió S/.5 soles.

Clave B

3 Sea: A; n.° total de aves

n.° de gallinas: 40%A

otras aves: 60%A

Se vende 20% de gallinas

$\Rightarrow$ Quedan : 80%(40%A)

: 32%A gallinas

En total quedan: 60%A + 32%A = 92%A aves

$\Rightarrow$ Piden: 100%A – 92%A = 8%A

Clave D

4 Del enunciado planteamos:

$(a-b)\% \times (20\%) \times \left(\frac{1}{a-b}\right) \times \frac{a^2-b^2}{(a-b)(a+b)}$ de 6000

$\frac{(a-b)}{100} \cdot \frac{20}{100} \cdot \frac{1}{(a-b)} \cdot \frac{(a-b)(a+b)}{(a-b)(a+b)} \cdot 6000$

$\frac{20 \cdot 6000}{100 \cdot 100} = 12$

Clave A

5 Precio del costo inicial:

$15 \times 5 = 75$

Descuento del 20%

$P_C = 80\%\ 75 = 60$

$\Rightarrow P_V = P_C + G$

$80 = 60 + G \Rightarrow G = 20$

Luego en cada articulo se gana S/. 4.

Piden: $\frac{4}{16} \times 100\% = 25\%$

Clave D

6 Total de personas: 16

n.° de mujeres: $25\%\ 16 = \frac{25}{100} \cdot 16 = 4$

n.° de hombres: 16 – 4 = 12

Llegan: x mujeres a la fiesta

$\Rightarrow \frac{\text{n.° de hombres}}{\text{total}} = \frac{12}{16+x} = 60\%$

$\Rightarrow \frac{12}{16+x} = \frac{60}{100}$

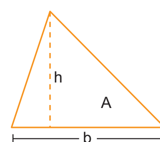
$20 = 16 + x \Rightarrow x = 4$

$\therefore$ Llegaron 4 mujeres.

Clave E

7 Inicialmente:

$A = \frac{b \cdot h}{2}$



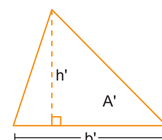
Luego:

La base aumenta en un 20%

$b' = 120\%b$

La altura disminuye en 10%

$h' = 90\%h$



$\Rightarrow$ El área será:

$A' = \frac{b' \cdot h'}{2}$

$A' = \frac{(120\%\ b)(90\%\ h)}{2}$

$A' = \underbrace{\frac{b \cdot h}{2}} \cdot \frac{120}{100} \cdot 90\%$

$A' = A \cdot 108\%$

$\therefore$ El área varía en: $A' - A = 108\%A - 100\%A = 8\%A$

Clave A

8 Del enunciado planteamos:

$\Rightarrow (70\%) \times (120\%) \times \frac{1}{20} \times 2000$

$\Rightarrow \frac{70}{100} \times \frac{120}{100} \times \frac{1}{20} \times 2000$

$\therefore\ 7 \cdot 12 = 84$

Clave D

9 Total de asistentes: 7500

n° de hombres: H

n° de mujeres: M $\Big\} \Rightarrow H + M = 7500$ ... (1)

Luego se retiran:

12% de hombres $\Rightarrow$ quedan H'

n° de hombres: H' = 88%H

87% de mujeres $\Rightarrow$ quedan M'

n° de mujeres: M' = 13% M

$\Rightarrow$ Del dato: $\% = \frac{M'}{\text{total}} .100\% = \frac{13\%M}{13\%M + 88\%H} = 12\%$



$\Rightarrow \dfrac{M}{12} = \dfrac{H}{13}; \Rightarrow$ $M = 12k$ ...(2)

$H = 13k$ ...(3)

(3) y (2) reemplazando en (1):

$13k + 12k = 7500$

$25k = 7500$

$k = 300 \Rightarrow H = 3900 \wedge M = 3600$

Piden: Se han retirado 12% $H = \dfrac{12}{100} \times 3900 = 468$

Clave A

10 Precio de venta inicial: $P_V = P_C + G$ ... (1)

Incremento del P_V en un x%: x% $P_V + P_V$

Descuento del 20%: 20% [x%P_V + P_V]

$\Rightarrow$ Precio de venta final: $P_V' = P_C + G$

$P_V' = (x\%P_V + P_V) - 20\%[x\%P_V + P_V] = P_C + G$ ...(2)

De (1) y (2):

$P_V' = P_V$

$(x\%P_V + P_V) - 20\%(x\%P_V + P_V) = P_V$

$(1 + x\%) - 20\%(1 + x\%) = 1$

$80\%(1 + x\%) = 1$

$\dfrac{80}{100}(1 + \dfrac{x}{100}) = 1$

$4(1 + \dfrac{x}{100}) = 5$

$4(100 + x) = 5 \cdot 100$

$400 + 4x = 500$

$4x = 100$

$x\% = 25\%$

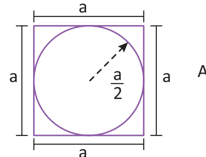
Clave B

11 Perímetro inicial (2p')

$2p = 4a$

Área del círculo (A)

$A = \pi\left(\dfrac{a}{2}\right)^2$



Dato: Perímetro aumenta 20%

El nuevo perímetro (2p')

$2p' = 120\% (4a)$

$4a' = 120\%4a$

$a' = 120\%a \Rightarrow A' = \pi\left(\dfrac{a'}{2}\right)^2$

$A' = \pi\left(\dfrac{120\%\,a}{2}\right)^2$

$A' = \pi\left(\dfrac{a}{2}\right)^2 . 144\%$

$A' = A . 144\%$

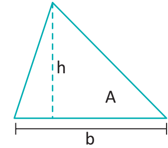
$\Rightarrow A' - A = 144\%A - 100\%A = 44\%A$

Clave E

12 Área del triángulo inicial: $A = \dfrac{b\,.\,h}{2}$

Base del triángulo: b

Altura del triángulo: h



Luego:

La base disminuye en 20%

$b' = 80\%b$

$\Rightarrow A' = \dfrac{b'.h'}{2}$

Como $A' = A$

$\dfrac{b'h'}{2} = \dfrac{bh}{2}$

$(80\%b)h' = bh$

$h' = \dfrac{100}{80}h$

$h' = 125\%h$

$\Rightarrow$ la altura varía en: $h' - h = 125\%h - 100\%h$

Aumenta = 25%h

Clave D

13 Total de alumnos, ciclo semestral: T

Alumnos UNI: 40%T $\Rightarrow$ Alumnos no UNI: 60%T

Mujeres = 60%(40%T) Mujeres = 10%(60%T)

Hombres = 40%(40%T) Hombres = 90%(60%T)

Nos piden:

$\% = \dfrac{n^\circ \text{ de Mujeres} . 100\%}{\text{Total}}$

$= \dfrac{60\%(40\%\,T) + 10\%(60\%\,T)}{T} . 100\%$

$\therefore \% = 30\%$

Clave A

14 Aumento sucesivo (5%; 18%; 26%) equivale a z%

$\Rightarrow = (105\%) \times (118\%) \times (126\%)$

$= \dfrac{105}{100} . \dfrac{118}{100} . \dfrac{126}{100}$

$= 156{,}114\%$

$\Rightarrow z\% = 156{,}114\% - 100\%$

$z\% = 56{,}114\% \Rightarrow z = 56{,}114$

Descuento sucesivo (4%; 15%; 20%)

$\Rightarrow = (96\%) \times (85\%) \times (80\%)$

$= \dfrac{96}{100} . \dfrac{85}{100} . \dfrac{80}{100}$

$= 65{,}28\%$

$\Rightarrow w\% = 100\% - 65{,}28\%$

$w\% = 34{,}72\% \Rightarrow w = 34{,}72$

Piden: $5(56{,}114) + 2(34{,}72) = 350{,}01$

Clave D



REFUERZA PRACTICANDO

NIVEL 1 (página 110)

1 Por dato:

	Hombres	Mujeres
Bailan	25	25
No bailan	30	20
Total	55	45

I. % mujeres

$= \frac{45}{55+45} \times 100\% = 45\%$

II. n.° hombres bailando

$= 25 = 50\%$

(n.°personas que no bailan)

III. n.° personas bailando

$= 50 = 100\%$

(n.°personas que no bailan)

$\therefore$ VVV

Clave C

2 Para que el n.° de peleas adicionales sea mínimo, todas deben ser victorias.

Sean x peleas más:

$80\%(100 + x) = 75 + x$

$8(100 + x) = 10(75 + x)$

$800 + 8x = 750 + 10x$

$50 = 2x$

$x = 25$

Clave D

3 n.° personas sentadas

$= 70\%(70) = 49$

Además:

$H + M = 70$

$80\%M + 10\%H = 49$

Despejando:

$H + M = 70$

$8M + H = 490$

Resolviendo:

$H = 10; M = 60$

Clave A

4 Gasté: $x \Rightarrow$ no gasté: $69 - x$

$x = \frac{38}{100}(69 - x)$

$100x = 38(69 - x)$

$138x = 38(69)$

$x = \frac{38 \times 69}{138} = 19$

$\Rightarrow$ No gasté: $69 - 19 =$ S/.50

Clave A

5 Descuentos: $20\% \Rightarrow 80\%N$

$30\% \Rightarrow 70\%(80\%N)$

Aumento:

$50\% \Rightarrow 150\%(70\%(80\%N))$

$\frac{150}{100} \times \frac{70}{100} \times \frac{80}{100} \times N$

$= 0{,}84N = 84\%N$

Luego, equivale a un descuento del:

$100\% - 84\% = 16\%$

Clave A

6 Ins. + mano = 70%Pv

↓

40% Ins.

Entonces:

140%Ins. = 70%Pv

Pv = 2(Ins.)

$\therefore$ Ins. = 50%Pv

Clave A

7 Primer artículo:

$P_V = P_C + G$

$P_V = P_{C_1} + 20\%P_{C_1}$

$P_V = 120\%P_{C_1}$

Segundo artículo:

$P_V = P_C + G$

$P_V = Pc_2 + 10\%P_v$

$P_{C_2} = 90\%P_V$

Por dato:

$P_{C_2} = P_{C_1} + 60$

$\Rightarrow 90\%P_V = \frac{P_v}{120\%} + 60$

$\frac{P_v}{15} = 60$

$P_V =$ S/.900

Clave D

8 $P_C = x$

1.ª librería: 90%x

2.ª librería: 85%x

$90\%x - 85\%x = 15$

$5\%x = 15$

$x = \frac{15 \times 100}{5} =$ S/.300

Clave E

9 Primer descuento:

$P_{V_1} = 90\%x$

Segundo descuento:

$P_{V_2} = 90\%(90\%x) = 1620$

$0{,}81x = 1620$

$x =$ S/.2000

Clave B

10 $12\%H = 38\%M$

$12H = 38M$

$6H = 19M \Rightarrow H = 19k$

$M = 6k$

Entonces:

$x(25k) = 19k$

$x = \frac{19}{25} \times 100\%$

$x = 76\%$

Clave B

NIVEL 2 (página 111)

11 Primer artefacto:

$P_{V_1} = P_C + \underbrace{15\%P_C}_{G}$

$P_{V_1} = 115\%P_C$

Segundo artefacto:

$P_{V_2} = P_C - \underbrace{5\%P_C}_{P}$

$P_{V_2} = 95\%Pc$

Por dato:

$P_V = P_C + G$

$115\%P_C + 95\%P_C = 2P_C + 580$

$10\%P_C = 580$

$P_C =$ S/. 5800

Clave C

12 A: cantidad inicial de dinero

$A - 200 = 80\%A$

$20\%A = 200$

$A = 1000$

Le quedan:

$1000 - 200 = 800$

Para 1200 le faltan:

$1200 - 800 =$ S/.400

Clave E

13 $A = \frac{21}{1000} \times 800 = 16{,}8$

$B = \frac{7}{6} \times 132 = 154$

$C = \frac{\frac{5}{7}}{100} \times 3500 = 25$

$A < B \Rightarrow V$

$A + C < B \Rightarrow V$

$2A + 5C > B \Rightarrow V$

$B > A > C \Rightarrow F$

$\therefore$ VVVF

Clave D

14 Aumento:

$P_C + 25\%P_C = 125\%P_C = A$

Descuento:

$A - 12\%A = 88\%A$

$= 88\%(125\%P_C) = 110\%P_C$

$\therefore$ Utilidad:

$110\% - 100\% = 10\%$

Clave B



15 $P_{C_1} = 182 \div 130\% = 140$

$P_{C_2} = 182 \div 70\% = 260$

$P_{C_{total}} = 140 + 260 = 400$

$P_{V_{total}} = 182 \times 2 = S/.364$

Se perdió: $400 - 364 = S/.36$

Clave D

16 Sean x huevos en total.

n.° huevos rotos = 4%x

Además:

$5\%(x - 4\%x) = 36$

$\frac{5}{100}\left(\frac{96x}{100}\right) = 36 \Rightarrow x = 750$

Clave A

17 $P_{C_1} = 240 \div 120\% = 200$

$P_{C_2} = 240 \div 80\% = 300$

$P_{C_{total}} = 200 + 300 = 500$

$P_{V_{total}} = 2 \times 240 = 480$

Se perdió: $500 - 480 = S/.20$

Clave B

18 I. Descuentos sucesivos del 20% y 30%:

$100\% - \frac{80}{100} \times \frac{70}{100} = 44\%$

II. Aumentos sucesivos del 20% y 30%:

$\frac{120}{100} \times \frac{130}{100} - 100\% = 56\%$

III. A: cantidad inicial de dinero.

1.ª partida:

$A - 50\%A = 50\%A$

2.ª partida:

$50\%A - 20\%(50\%A) = 40\%A$

3.ª partida:

$40\%A + 80\%A = 120\%A$

Ganancia: $120\%A - A = 20\%A$

∴ FVF **Clave C**

19 Se rompen:

$4\% \text{ de } 1000 = \frac{4}{100} \times 1000 = 40$

Están defectuosos:

$5\%(1000 - 40) = \frac{5}{100} \times 960 = 48$

∴ n.° huevos útiles

$= 1000 - 40 - 48 = 912$

Clave B

20 $\%H = 75\%; \%M = 25\%$

$H = 3k; M = k$

$3k + 60 = 65\%(3k + k + 200)$

$5(3k + 60) = 13(k + 50)$

$15k + 300 = 13k + 650$

$k = 175$

∴ n.° inicial personas

$= 4k = 4(175) = 700$

Clave C

NIVEL 3 (página 112)

21 Costo unitario del artículo C: $\frac{99}{12}$

$\Rightarrow 828C = 828 \times \frac{99}{12} = 6831 = P_{V_B}$

Para los 60 artículos B:

$P_{V_B} = 115\%P_{V_A}$

$6831 \div 115\% = 5940 = P_{V_A}$

Para los 20 artículos A:

$P_{V_A} = 110\%P_{C_A}$

$5940 \div 110\% = S/.5400 = P_{C_A}$

Clave E

22 Costo final:

$800 - 296 = 504$

S/.800 ⇒ 30% dscto. ⇒ S/.560

S/.560 ⇒ x% dscto. ⇒ 504

$\frac{x}{100} \cdot 560 = 560 - 504$

$\Rightarrow x\% = 10\%$

Clave B

23 $V_{cono} = \frac{1}{3} A_b \times h$

$V_{cono} = \frac{1}{3}\pi R^2 h$

De esta fórmula omitimos las magnitudes invariables y las constantes quedando:

$V_{cono} = R^2$

Sea: $R = 10$

$V_{inicial} = 10^2 = 100$

$V_{final} = (10 + 1)^2 = 121$

Por lo tanto el volumen aumentó en:

$\frac{121 - 100}{100} \times 100\% = 21\%$

Clave D

24 Costo del TV: A

$P_V = 130\%A$

$P_{V_{final}} = 75\%(130\%A)$

$P_V = P_C - P$

$32{,}50 = A - \frac{75}{100} \times \frac{130}{100} \times A$

$\Rightarrow A = 1300$

$\therefore P_{V_{final}} = \frac{75}{100} \times \frac{130}{100} \times 1300$

$= S/.1267{,}5$

Clave E

25 Entiéndase ventas como el n.° de artículos vendidos.

Precio de venta 1: P

Precio de venta 2: 80%P

n: n.° de artículos vendidos.

Los respectivos ingresos son:

$I_1 = nP$

$I_2 = 120\%nP$

Por condición del problema:

$120\%nP = (n + x\%n)80\%P$

$120 = (1 + x\%)80$

$1{,}5 = 1 + x\%$

$x\% = 0{,}5$

$\therefore x\% = 50\%$ **Clave D**

26 Precio blusa: B

Precio pantalón: P

Brenda: 80%B

Carmen: 90%P

Pero:

Brenda: 90%B

Carmen: 80%P

$90\%B - 80\%B = 2 \Rightarrow B = 20$

$90\%P - 80\%P = 5 \Rightarrow P = 50$

Entonces, pagaron:

Brenda: 90%B = 18

Carmen: 80%P = 40

∴ Diferencia de pagos:

$40 - 18 = S/.22$ **Clave B**

27 $Sal = 15\% \times 20$

$= \frac{15}{100} \times 20 = 3$

$20\%(20 - x) = 3$

$\frac{20}{100}(20 - x) = 3$

$20 - x = 15$

$x = 5$

Clave C

28 $A_\Delta = \frac{b \times h}{2}$ → constante

$= 120\% \times 80\%$

$= \frac{120}{100} \times 80\% = 96\%$

∴ Disminuye = 100% – 96% = 4%

Clave E

29 $\frac{3M^{1/2} \times R^2}{4}$ → constantes

$(25\%)^{1/2} \times (120\%)^2$

$\frac{5}{10} \times \frac{120}{100} \times 120\% = 72\%$

∴ Disminuye = 100% – 72% = 28%

Clave A

30 $A_\Delta = 99\% \times 101\%$

$\frac{99}{100} \times 101\% = 99{,}99\%$

∴ Disminuye

$= 100\% - 99{,}99\% = 0{,}01\%$

Clave D

ACTIVIDADES DE RAZONAMIENTO (página 118)

1 Gráficamente:

28 obreros — 18 días

28 obreros 8 días	28 + a obreros 7 días

Se incorporan "a" obreros

Terminan 3 días antes

$$28 . 8 + (28 + a)7 = 28 . 18$$
$$(28 + a) = 4 . 10$$
$$28 + a = 40$$
$$a = 12$$

Clave B

2 6 obreros — 24 días

6 obreros 8 días	8 obreros x días

Se incorporan 2 obreros más

$$6 . 8 + 8 . x = 6 . 24$$
$$6 + x = 6 . 3$$
$$6 + x = 18$$
$$x = 12$$

Clave D

3 18 obreros — 20 días — 8h/d

18 obreros 5 días 8h/d	18 + x obreros 12 días 9 h/d

Se contratan x obreros

Se entrega 3 días antes

$$18 . 5 . 8 + (18 + x) 12 . 9 = 18 . 20 . 8$$
$$(18 + x) 12 = 15 . 2 . 8$$
$$(18 + x) = 5 . 2 . 2$$
$$18 + x = 20$$
$$x = 2$$

Clave A

4 10 obreros — 24 días — 8 h/d

10 obreros 10 días 8h/d	10 + x obreros 7 días 10 h/d

Se contratan x obreros

Se termina 7 días antes

$$10 . 10 . 8 + (10 + x) 7 . 10 = 10 . 24 . 8$$
$$(10 + x) 7 = 14 . 8$$
$$10 + x = 2 . 8$$
$$10 + x = 16$$
$$x = 6$$

Clave C

5 $\frac{A \times \sqrt{C}}{B^2} = cte \Rightarrow \frac{81 \times \sqrt{256}}{8^2} = \frac{A \times \sqrt{9}}{4^2}$

$$\frac{81 \times 16}{64} = \frac{A \times 3}{16}$$
$$A = 27 \times 4$$
$$A = 108$$

Clave E

6 $\frac{A^3 \times C^2}{\sqrt{B}} = cte \Rightarrow \frac{2^3 \times 12^2}{\sqrt{4}} = \frac{4^3 \times 6^2}{\sqrt{B}}$

$$\frac{8 \times 144}{2} = \frac{64 \times 36}{\sqrt{B}}$$
$$\sqrt{B} = 4$$
$$B = 16$$

Clave A

7 $\frac{\text{Precio}}{\text{Pasajeros} \times \text{distancia}} = cte$

$$\frac{30}{2 \times 60} = \frac{x}{5 \times 12}$$
$$x = 5 \times 3$$
$$x = 15$$

Clave C

8 $\frac{\text{Pago}}{\sqrt{\text{losetas}}} = cte \qquad \frac{P_1}{\sqrt{36}} = \frac{P_2}{\sqrt{64}}$

$$\frac{P_1}{6} = \frac{P_2}{8} = \frac{P_1 + P_2}{14} = \frac{420}{14}$$
$$\frac{P_1}{6} = \frac{P_2}{8} = 30$$

Entonces: $P_1 = 180$; $P_2 = 240$

Clave B

9 A IP B $\Rightarrow$ $A \times B = cte.$

$$30 \times n = 12 \times 15$$
$$n = 6$$
$$m \times 10 = 12 \times 15$$
$$m = 18$$
$$a \times 1 = 12 \times 15$$
$$a = 180$$
$$\therefore\ m + n + a = 204$$

Clave A

10 A^2 DP B $\Rightarrow$ $\frac{A^2}{B} = cte$

$$\frac{a^2}{150} = \frac{8^2}{24}$$
$$\frac{a^2}{150} = \frac{64}{24} \Rightarrow a^2 = 400 \Rightarrow a = 20$$
$$\frac{12^2}{b} = \frac{16^2}{96}$$
$$\frac{144}{b} = \frac{256}{96} \Rightarrow b = 9 \times 6 \Rightarrow b = 54$$
$$\therefore\ a + b = 74$$

Clave D



11 En $\overline{OP}$: $\frac{12}{8} = \frac{a}{10}$

$a = 15$

En la curva PQ: $a \cdot 10 = x \cdot 15$

$15 \cdot 10 = x \cdot 15$

$x = 10$

$\therefore\ x + a = 25$

Clave B

12 A DP B $\Rightarrow$ $\frac{A}{B} = K$ $\quad \frac{6}{x} = \frac{27}{18}$

$x = 4$

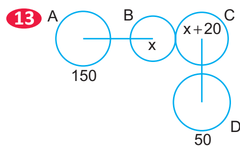
$\frac{y}{10} = \frac{27}{18}$

$y = 15$

$\therefore\ x + 2y = 4 + 2(15) = 34$

Clave C

13



$V_A = 150 \Rightarrow V_B = 150$

$V_D = 50 \Rightarrow V_C = 50$

$V_B \times d_B = V_C \times d_C$

$150x = 50(x + 20)$

$3x = x + 20$

$2x = 20$

$x = 10$

$\therefore$ La rueda C tiene 30 dientes

Clave D

14 A DP B; si $B \leq 8$ (en particular B = 8)

Si A = 2; B = 1

$\frac{2}{1} = \frac{A}{8}$

$A = 2 \cdot 8$

$A = 16$

A IP B; si $B \geq 8$ (en particular B = 8)

Si B = 8; A = 16 $\Rightarrow$ hallamos A para B = 32

$16 \cdot 8 = A \cdot 32$

$A = 4$

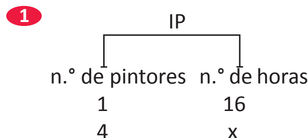
$\therefore$ Si A = 2; B = 1 entonces cuando B = 32; A = 4

Clave E

REFUERZA PRACTICANDO

NIVEL 1 (página 120)

1



n.° de pintores	n.° de horas
1	16
4	x

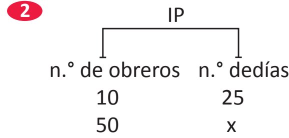
(n.° de pintores)(n.° de horas) = constante

$1 \cdot 16 = 4 \cdot x$

$\therefore\ x = 4$ horas

Clave E

2



n.° de obreros	n.° dedías
10	25
50	x

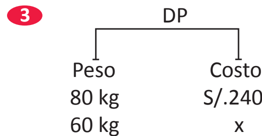
(n.° de obreros)(n.° de días) = constante

$10 \cdot 25 = 50 \cdot x$

$\therefore\ x = 5$ días

Clave B

3



Peso	Costo
80 kg	S/.240
60 kg	x

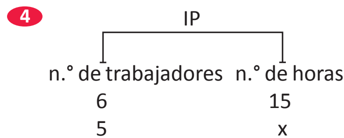
$\frac{\text{Peso}}{\text{Costo}} = \text{constante}$

$\frac{80}{240} = \frac{60}{x}$

$\therefore\ x = S/.\ 180$

Clave A

4



n.° de trabajadores	n.° de horas
6	15
5	x

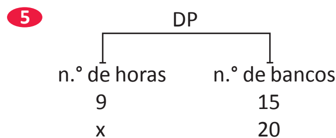
(n.° de trabajadores)(n.° de horas) = constante

$6 \cdot 15 = 5 \cdot x$

$\therefore\ x = 18$ horas

Clave E

5



n.° de horas	n.° de bancos
9	15
x	20

$\frac{\text{n.°de horas}}{\text{n.°de bancos}} = \text{constante}$

$\frac{9}{15} = \frac{x}{20} \Rightarrow x = 12$ horas

Clave C

6 Del enunciado planteamos:

A DP B^2 $\Rightarrow$ $\frac{A}{B^2} = \text{constante}$

$\frac{12}{4^2} = \frac{3}{x^2}$ $\quad \therefore\ x = 2$

Clave D

7 Del enunciado planteamos:

A IP $\sqrt{B}$ $\Rightarrow$ $A \cdot \sqrt{B} = \text{constante}$

$8 \cdot \sqrt{9} = x\sqrt{4}$

$\therefore\ x = 12$

Clave E

8 Del enunciado planteamos:

A DP $\sqrt[3]{B}$ $\Rightarrow$ $\frac{A}{\sqrt[3]{B}} = \text{constante}$

$\frac{12}{\sqrt[3]{27}} = \frac{x}{\sqrt[3]{8}}$ $\quad \therefore\ x = 8$

Clave B



9 Del enunciado planteamos:

A^2 DP B $\Rightarrow \dfrac{A^2}{B}$ = constante

$$\frac{5^2}{3} = \frac{15^2}{x} \quad \therefore\ x = 27$$

Clave E

10 Del enunciado planteamos:

A IP $\sqrt{B}$ $\Rightarrow$ A . $\sqrt{B}$ = constante

- $12\sqrt{16} = x\sqrt{4}$, $x = 24$
- $12\sqrt{16} = 16\sqrt{y}$, $y = 9$

$\therefore\ x + y = 24 + 9 = 33$

Clave B

NIVEL 2 (página 121)

11 Del enunciado planteamos:

$\dfrac{A\,.\,C^2}{\sqrt{B}}$ = constante

A	8	9
B	16	x
C	6	4

$$\Rightarrow \frac{8\,.\,6^2}{\sqrt{16}} = \frac{9\,.\,4^2}{\sqrt{x}}$$

$\therefore\ x = 4$

Clave E

12 Del enunciado planteamos:

$\dfrac{A\,.\,C\,.\,D}{B}$ = constante

A	5	x
B	2C	48
C	C	2
D	2	3

$$\Rightarrow \frac{5\,.\,C\,.\,2}{2C} = \frac{x\,.\,2\,.\,3}{48}$$

$\therefore\ x = 40$

Clave A

13 Del enunciado planteamos:

A . B = constante

A	A	A – 36
B	B	$B + \frac{1}{4}B$

$$\Rightarrow A\,.\,B = (A - 36)\left(B + \frac{1}{4}B\right)$$

$$A\,.\,B = (A - 36)B\left(1 + \frac{1}{4}\right)$$

$\therefore\ A = 180$

Clave C

14 Del enunciado planteamos:

a. $\sqrt{b}$ = constante

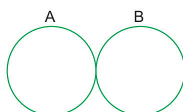
a	5/7	1/4
b	49	x

$$\Rightarrow \frac{5}{7}\sqrt{49} = \frac{1}{4}\sqrt{x}$$

$\therefore\ x = 400$

Clave B

15



Sabemos que:

(n° de dientes)(n° de vueltas) = constante

$100\,.\,30 = 60\,.\,V_B$

$V_B = 50$ vueltas por minuto

$\therefore$ En 15 minutos dará: 50 . 15 = 750 vueltas

Clave E

16 Del enunciado planteamos:

$$\underbrace{\frac{A}{B^2 + 4} = \text{constante}}_{(1)}\ ;\ \underbrace{\frac{B}{\sqrt{C} - 5} = \text{constante}}_{(2)}$$

A	16	x
B	2	y
C	81	49

Primero hallamos el valor de y, utilizando la expresión (2):

$$\frac{2}{\sqrt{81} - 5} = \frac{y}{\sqrt{49} - 5}$$

$y = 1$

Finalmente hallamos el valor de x, utilizando la expresión (1):

$$\frac{16}{2^2 + 4} = \frac{x}{(1)^2 + 4} \quad \therefore\ x = 10$$

Clave D

17 Del enunciado planteamos:

$\dfrac{G}{S}$ = constante ; G: gasto; S: sueldo; A: ahorro

$\Rightarrow$ S = G + A

G = S – A

G	900 – 90	1260
S	900	x

$$\Rightarrow \frac{900 - 90}{900} = \frac{1260}{x}$$

$\therefore$ x = S/.1400

Clave C

18 Del enunciado planteamos:

$\dfrac{A}{B^2}$ = constante (C = cte.)

$C\,.\,\dfrac{1}{\sqrt{A}}$ = constante (B = cte.)

Operando:

$\dfrac{A}{C^2}$ = constante

Luego: $\dfrac{A}{B^2C^2}$ = constante

A	36	x
B	2	1/3
C	3	1/2

$$\Rightarrow \frac{36}{2^2 3^2} = \frac{x}{(1/3)^2(1/2)^2}$$

$\therefore\ x = 1/36$

Clave D

19 Del enunciado planteamos:

$\left.\begin{array}{l}\dfrac{R}{S} = \text{constante} \\ RT = \text{constante}\end{array}\right\} \Rightarrow \dfrac{R}{S}\,.\,T = \text{constante}$

R	4/3	$\sqrt{48}$
S	3/7	x
T	9/14	$\sqrt{75}$

$$\Rightarrow \frac{\frac{4}{3}}{\frac{3}{7}}\,.\,\frac{9}{14} = \frac{\sqrt{48}}{x}\,.\,\sqrt{75}$$

$\therefore\ x = 30$

Clave A



20 Del enunciado planteamos

$A \cdot \sqrt{B} = \text{constante}$

A	A	x%A
B	B	25%B

$\Rightarrow A.\sqrt{B} = x\%A\sqrt{25\%B}$

$x = 200$

$\therefore$ La variación 200%A – 100%A = 100%A **Clave E**

NIVEL 3 (página 122)

21 Del enunciado planteamos:

$\dfrac{A.C^3}{B^2} = \text{constante}$

- $\dfrac{160.3^3}{4^2} = \dfrac{135\,m^3}{2^2}$ $\quad m = 2$
- $\dfrac{160.3^3}{4^2} = \dfrac{p.6^3}{10^2}$ $\quad p = 125$

$\therefore$ m . p = 2 . 125 = 250 **Clave E**

22 Del gráfico planteamos:

$\dfrac{A}{B} = \text{constante}$

- $\dfrac{50}{25} = \dfrac{36}{x}$ $\quad x = 18$
- $\dfrac{50}{25} = \dfrac{y}{12}$ $\quad y = 24$

$\therefore$ x + y = 18 + 24 = 42 **Clave B**

23

IP, IP, DP

n.° de hombres	h/d	días	nivel
2	5	4	65
3	8	x	75

$\dfrac{(\text{días})(\text{n.° de hombres})(\text{h/d})}{\text{nivel}} = \text{constante}$

$\Rightarrow \dfrac{4.2.5}{65} = \dfrac{x.3.8}{78}$

$\therefore$ x = 2 días **Clave A**

24 Del gráfico planteamos:

$\dfrac{A}{B} = \text{constante}$

- $\dfrac{27}{18} = \dfrac{y}{10}$ $\quad y = 15$
- $\dfrac{27}{18} = \dfrac{6}{x}$ $\quad x = 4$

$\therefore$ x + 2y = 4 + 2 . 15 = 34 **Clave E**

25 Del gráfico planteamos:

M . N = constante

- 60(b – 1) = 45 . b
  b = 4
- 45 . b = a(b + 2)
  45 . 4 = a(4 + 2)
  a = 30

$\therefore$ a + 5b = 30 + 5 . 4 = 50 **Clave B**

26 Sabemos:

(n.° de dientes)(n.° de vueltas) = constante

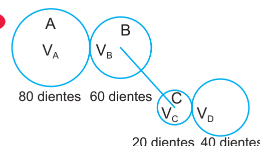
$20 \cdot V_A = 80 \cdot V_B$

1: para que los puntos coincidan nuevamente

$20 \cdot V_A = 80 \cdot 1$

$\therefore V_A = 4$ vueltas **Clave A**

27



V_i: vueltas del engranaje

- $80.120 = 60 \cdot V_B$
  $V_B = 160$
  $\Rightarrow V_C = 160$
- $V_C \cdot 20 = V_D \cdot 40$
  $160 \cdot 20 = V_D \cdot 40$
  $\therefore V_D = 80$ vueltas **Clave A**

28 Sabemos:

(n.° de vueltas)(n.° de dientes) = constante

- $V_B \cdot d_B = V_A \cdot d_A$
  $240 \cdot 15 = V_A \cdot 45$
  $V_A = 80$
- $V_B \cdot d_B = V_C \cdot d_C$
  $240 \cdot 15 = V_C \cdot 60$
  $V_C = 60$

$\therefore$ Exceso = 80 – 60 = 20 vueltas **Clave B**

29 Del enunciado planteamos:

$\dfrac{P}{L^2} = \text{constante}$; P: precio del tubo
L: longitud del tubo

Tenemos 2 tubos cuyos precios son P_1 y P_2:

4l

9l

$\Rightarrow \dfrac{P_1}{(4\ell)^2} = \dfrac{P_2}{(9\ell)^2} \Rightarrow \dfrac{P_1}{P_2} = \dfrac{16}{81}$

$\therefore$ La relación de precios: $\dfrac{16}{81}$ **Clave E**

30 Del gráfico planteamos:

Magnitudes directamente proporcionales:

$\dfrac{A}{B} = \text{constante}$ (Gráfica recta)

$\dfrac{8}{12} = \dfrac{a}{18}$

a = 12

Magnitudes inversamente proporcionales:

AB = constante (Gráfica curveada)

a . 18 = b . 36
12 . 18 = b . 36
b = 6

$\therefore$ a + b = 12 + 6 = 18 **Clave C**

Orden de información

ACTIVIDADES DE RAZONAMIENTO (página 131)

1 Existen 2 casos:

Representamos la información del problema.

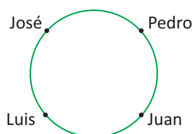
Caso 1	Caso 2	
D	D	6.°
B	C	5.°
E	E	4.°
C	B	3.°
A	A	2.°
F	F	1.°

∴ En ambos casos "D" vive en el último piso.

Clave A

2

Representando la información del problema tenemos.



Ahora analizando las alternativas:
A) Falso
B) Falso
C) Falso
D) Falso
E) Verdadero

Clave E

3

Representamos la información del problema.

Milagros, Patricia, Elena, Juana | Roxana, Patricia, Rosa

Ahora analizamos las alternativas:

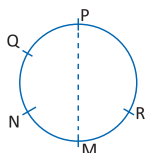
A) Falso
B) Falso
C) Falso
D) Verdadero
E) Falso

∴ Juana es más baja que Roxana

Clave D

4

Representamos la información del problema.



∴ "Q" se ubica entre N y P.

Clave D

5 Con los datos del enunciado llenamos el cuadro de doble entrada.

	Matemática	Física	Química	La Salle	San Agustín	Guadalupe
Juana	✓	✗	✗	✗	✓	✗
Rosa	✗	✓	✗	✗	✗	✓
Ana	✗	✗	✓	✓	✗	✗

∴ Ana enseña Química y Rosa trabaja en el Guadalupe.

Clave E

6 Con los datos del enunciado llenamos el cuadro de doble entrada.

	Enero	Septiembre	Diciembre	7	9	30
Mara	✗	✓	✗	✗	✗	✓
Luisa	✗	✗	✓	✗	✓	✗
Irma	✓	✗	✗	✓	✗	✗

∴ El cumpleaños de Mara es el 30 de septiembre.

Clave A

7 Con los datos del enunciado llenamos el cuadro de doble entrada.

	UNMSM	UNI	VILLARREAL	Ing. Textil	Ing. Civil	Biología
Daniel	✗	✓	✗	✓	✗	✗
Julio	✗	✗	✓	✗	✓	✗
Ricardo	✓	✗	✗	✗	✗	✓

∴ Ricardo estudia Biología en la San Marcos.

Clave B

8 Con los datos del enunciado llenamos el cuadro de doble entrada.

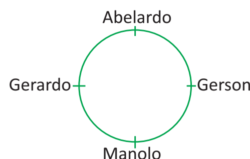
	Arqueóloga	Abogada	Odontóloga	Profesora
Ana	✗	✗	✗	✓
Claudia	✓	✗	✗	✗
Karina	✗	✗	✓	✗
Sara	✗	✓	✗	✗

∴ Sara es abogada y Ana es profesora.

Clave D

9

Representamos la información del problema.

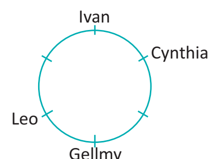


∴ Gerson se sienta junto y la izquierda de Abelardo.

Clave E

10

Representamos la información del problema.



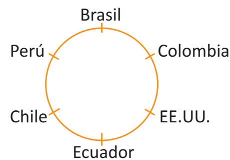


Luego:

I. Verdadero
II. Verdadero
III. Verdadero
∴ Todas son verdaderas

Clave E

11 Representamos la información del problema.



∴ La respuesta es: el presidente brasileño.

Clave B

12 Con los datos del enunciado llenamos el cuadro de doble entrada.

	Ingeniero	Médico	Abogado	Profesor	Lima	Ica	Huancayo	Chimbote
Moisés	×	×	×	✓	×	×	×	✓
Henry	×	×	✓	×	×	×	✓	×
Toño	×	✓	×	×	✓	×	×	×
Pilar	✓	×	×	×	×	✓	×	×

∴ El profesor vive en Chimbote.

Clave D

13 Con los datos del enunciado llenamos el cuadro de doble entrada.

	Chiclayo	Lima	Arequipa	Historia	Economía	Ingeniería
Primero	×	×	✓	✓	×	×
Segundo	×	✓	×	×	✓	×
Tercero	✓	×	×	×	×	✓

∴ El tercero estudia ingeniería y vive en Chiclayo.

Clave D

14 Con los datos del enunciado llenamos el cuadro de doble entrada.

	Bolivia	Colombia	Panamá
Alberto	×	✓	×
Miguel	✓	×	×
Julio	×	×	✓
Esposa de Julio	×	✓	×
Esposa de Miguel	×	×	✓
Esposa de Alberto	✓	×	×

∴ Miguel es boliviano y la esposa de Julio es colombiana.

Clave B

REFUERZA PRACTICANDO

NIVEL 1 (página 134)

1 Con los datos del enunciado planteamos

4.°	Alejandro
3.°	Daniel
2.°	Carlos
1.°	Benancio

∴ Daniel vive en el tercer piso.

Clave E

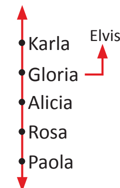
2



∴ Menor puntaje Daniel y mayor puntaje Camila.

Clave B

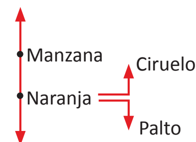
3



∴ La alternativa correcta es: FVF

Clave B

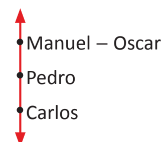
4



∴ La afirmación correcta es la alternativa es C.

Clave C

5



∴ Son correctas: II y III

Clave E



6



∴ Son verdaderas: I

Clave B

7

	Rojo	Azul	Verde
Jorge	×	×	✓
Pedro	✓	×	×
Raúl	×	✓	×

∴ El carro de Pedro es Rojo.

Clave C

8

	Gato	Perro	Canario
Fernando	×	✓	×
Julio	×	×	✓
Luis	✓	×	×

∴ Julio tiene un canario y el dueño del perro es Fernando.

Clave E

9

	Víctor	José	Manuel	David
A	✓	×	×	×
B	×	×	✓	×
C	×	×	×	✓
D	×	✓	×	×

∴ David es humilde y Víctor es A.

Clave A

10

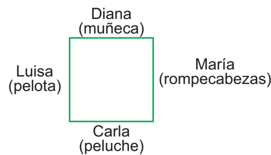
	Ingeniero	Médico	Abogado
Alberto	×	×	✓
Bruno	×	✓	×
César	✓	×	×

∴ Bruno es médico.

Clave C

NIVEL 2 (página 135)

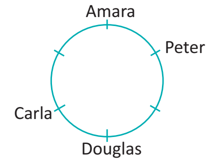
11



∴ Luisa tiene la pelota.

Clave C

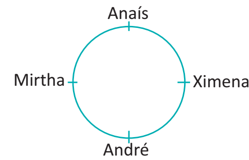
12



∴ Las proposiciones verdaderas son: I; II; III.

Clave E

13



∴ Ximena está sentada frente a Mirtha.

Clave D

14

	Profesora	Nutrición	Abogada	Odontología
Julia	×	×	×	✓
Elena	✓	×	×	×
Ruth	×	×	✓	×
Peta	×	✓	×	×

∴ La abogada es Ruth y la odontóloga es Julia.

Clave A

15

	Mamani	Quispe	Condori	Contador	Actor	Profesor
Samuel	×	✓	×	✓	×	×
Hugo	×	×	✓	×	✓	×
Carlos	✓	×	×	×	×	✓

∴ Samuel se apellida Quispe y su ocupación es contador.

Clave A

16

	Lima	J. María	Rímac	Bicicleta	Moto	Microbús
Sandra	×	×	✓	×	×	✓
Blanca	✓	×	×	✓	×	×
Vanessa	×	✓	×	×	✓	×

∴ Sandra vive en Rímac y se desplaza en microbús.

Clave D



17 Con los datos del enunciado planteamos:

7.°	Luis
6.°	Jorge
5.°	José
4.°	
3.°	Cecilia
2.°	Ana
1.°	

∴ Las afirmaciones verdaderas son: I; II y III

Clave A

18

	Básquet	Fútbol	Obrero	Ingeniero
Miguel	✗	✗	✓	✗
Carlos	✗	✓	✗	✗
Jorge	✗	✗	✗	✓
Richard	✓	✗	✗	✗

∴ La afirmación correcta es: Miguel es obrero.

Clave E

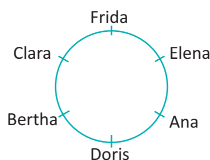
19

	Lima	Cusco	Tacna	Educación	Derecho	Arquitectura
Mario	✗	✗	✓	✗	✗	✓
Luis	✓	✗	✗	✗	✓	✗
Iván	✗	✓	✗	✓	✗	✗

∴ Iván vive en Cusco y estudia educación.

Clave D

20 Con los datos del enunciado planteamos:

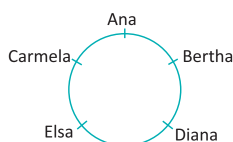


∴ Doris está sentada junto a Bertha y Ana.

Clave B

NIVEL 3 (página 137)

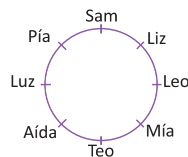
21 Con los datos del enunciado planteamos:



∴ Diana se sienta al lado de Elsa y Bertha.

Clave C

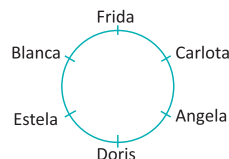
22 Con los datos del enunciado planteamos:



∴ Las proposiciones verdaderas son: I y II.

Clave D

23 Con los datos del enunciado planteamos:



∴ Doris está sentada frente a Frida.

Clave E

24

	Pintora	Actriz	Baile	Cantante	Gato	Loro	Perro	Tortuga
Ana	✗	✗	✗	✓	✗	✗	✗	✓
Bety	✗	✓	✗	✗	✗	✗	✓	✗
Carla	✗	✗	✓	✗	✗	✓	✗	✗
Doris	✓	✗	✗	✗	✓	✗	✗	✗

∴ La actriz es Bety y Carla tiene el loro.

Clave A

25

	Def. I.	Def. D.	Delant. D.	Medio	Delant. I.	Arq.
Antonio	✗	✓	✗	✗	✗	✗
César	✗	✗	✗	✗	✗	✓
Elmer	✗	✗	✓	✗	✗	✗
David	✓	✗	✗	✗	✗	✗
Fredy	✗	✗	✗	✓	✗	✗
Beto	✗	✗	✗	✗	✓	✗

∴ Antonio es defensa derecho.

Clave D

26

	Cocina	Televisor	Refrig.	Microondas	Lavadora
Ada	✗	✗	✗	✗	✓
Beatriz	✗	✗	✓	✗	✗
Claudia	✓	✗	✗	✗	✗
Dora	✗	✗	✗	✓	✗
Emma	✗	✓	✗	✗	✗

∴ Beatriz compró el refrigerador.

Clave E



27

	Chofer	Almacenero	Portero	Despachador	Maquinista
Alberto	×	×	✓	×	×
Bernardo	×	×	×	×	✓
Camilo	✓	×	×	×	×
Darío	×	×	×	✓	×
Elmo	×	✓	×	×	×

∴ Bernardo es el maquinista.

Clave C

28

	Colombia	Ecuador	Chile	Miraflores	Lince	Surco
Mónica	✓	×	×	×	✓	×
Paola	×	✓	×	×	×	✓
Rita	×	×	✓	✓	×	×

∴ Paola es ecuatoriana.

Clave E

29

	Agosto	Mayo	Noviembre	2000	1999	1998
Marisol	✓	×	×	✓	×	×
Rosario	×	✓	×	×	✓	×
Patricia	×	×	✓	×	×	✓

∴ Patricia nació un noviembre de 1998.

Clave C

30

	Def. D.	Def. I.	Medio	Del. D	Del. I.	Arquero
Ántero	×	×	×	✓	×	×
Blas	×	×	×	×	✓	×
Claudio	✓	×	×	×	×	×
Darío	×	×	✓	×	×	×
Elías	×	✓	×	×	×	×
Federico	×	×	×	×	×	✓

∴ Blas es delantero izquierdo.

Clave D

ACTIVIDADES DE RAZONAMIENTO (página 147)

1 $-1 \; ; \; 1 \; ; \; 4 \; ; \; 9 \; ; \; 17 \; ; \; (29)$

+2 +3 +5 +8 +12

+1 +2 +3 +4

$\therefore x = 29$ **Clave A**

2 $2 \; ; \; 4 \; ; \; 7 \; ; \; 8 \; ; \; 12 \; ; \; 12 \; ; \; (17)$

+2 +3 +1 +4 +0 +5

+1 −2 +3 −4 +5

$\therefore x = 17$ **Clave C**

3 A D G J M ☐

B,C E,F H,I K,L N,Ñ

Letra O

Clave A

4 $2 \; ; \; 5 \; ; \; 11 \; ; \; 23 \; ; \; 47 \; ; \; 95 \; ; \; x$

+3 +6 +12 +24 +48 +96

×2 ×2 ×2 ×2 ×2

$\Rightarrow x = 95 + 96 = 191$ **Clave C**

5 De la sucesión:

$2 \; ; \; 7 \; ; \; 22 \; ; \; 67 \; ; \; x$

2.3+1 7.3+1 22.3+1 67.3+1

$\Rightarrow 67 \times 3 + 1 = x$

$\therefore x = 202$

Clave B

6 Analizamos la sucesión:

$3 \; ; \; 7 \; ; \; 15 \; ; \; 31 \; ; \; \square$

$2^2 - 1$ $2^3 - 1$ $2^4 - 1$ $2^5 - 1$ $2^6 - 1$

$\Rightarrow$ Término que sigue: $2^6 - 1 = 63$

Clave C

7 De la sucesión:

$15 \; ; \; 19 \; ; \; 28 \; ; \; 44 \; ; \; \square$

4 9 16 25

2^2 3^2 4^2 5^2

$\Rightarrow \square = 44 + 25 = 69$

Clave C

8 + 5 + 7 + 9 + 11

$1 \; ; \; 5 \; ; \; 4 \; ; \; 10 \; ; \; 7 \; ; \; 17 \; ; \; 10 \; ; \; 26 \; ; \; x \; ; \; y$

+ 3 + 3 + 3 + 3

$x = 10 + 3 = 13$

$y = 26 + 11 = 37$ $\therefore x + y = 50$

Clave C

9 $2 \; ; \; 10 \; ; \; 13 \; ; \; 12 \; ; \; 8 \; ; \; (2)$

+8 +3 −1 −4 −6

−5 −4 −3 −2

$\therefore x = 2$ **Clave D**

10 $6 \; ; \; 14 \; ; \; 14 \; ; \; 14 \; ; \; 32 \; ; \; 96 \; ; \; (244)$

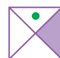
+8 +0 +0 +18 +64 +148

−8 +0 +18 +46 +84

+8 +18 +28 +38

$\therefore x = 244$ **Clave B**

11 El triángulo sombreado gira en forma horaria alternando primero un lugar; luego 2 lugares; 3 lugares y luego 4 lugares. El punto verde gira en forma horaria.



Clave A

12 $t_1 = 3(1) - 1$
$t_2 = 3(2) - 1$
$t_3 = 3(3) - 1$
$t_4 = 3(4) - 1$

$t_n = 95$
$= 3(32) - 1$
$t_n = t_{32}$
$\therefore n = 32$

Clave C

13 $t_1 = 3 \times 1^2 + 1 = 4$
$t_2 = 3 \times 2^2 + 1 = 13$
$t_3 = 3 \times 3^2 + 1 = 28$
$t_4 = 3 \times 4^2 + 1 = 49$
$\vdots$
$t_n = 3 \times n^2 + 1$ **Clave A**

14 Se cumple:
$(20 - 2a) - 5 = 11x - (2a + 40)$
$15 - 2a = 11x - 2a - 40$
$55 = 11x \Rightarrow x = 5$

Clave A

REFUERZA PRACTICANDO

NIVEL 1 (página 149)

1 De la sucesión:

$13 \; ; \; 20 \; ; \; 28 \; ; \; 37 \; ; \; 47 \; ; \; x$

+ 7 + 8 + 9 + 10 + 11

$x = 47 + 11 = 58$ **Clave D**



2 De la sucesión:

60 ; 12 ; 3 ; 1 ; x

÷ 5 ÷ 4 ÷ 3 ÷ 2

$\therefore\ x = \frac{1}{2}$ **Clave B**

3 K ; M ; Ñ ; P ; R ; T ; □

↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓

L N O Q S U

⇒ Sigue la letra: V **Clave A**

4 De la sucesión:

+ 2 + 2 + 2 + 2

–3 ; 0 ; 0 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 6 ; a ; b

+ 3 + 3 + 3 + 3

6 + 3 = a ⇒ a = 9

6 + 2 = b ⇒ b = 8 ∴ a + b = 17

Clave B

5 1 ; 9 ; 12 ; 11 ; 7 ; (1)

+8 +3 –1 –4 –6

–5 –4 –3 –2

∴ El número que continúa es 1. **Clave C**

6 1 ; 2 ; 3 ; 5 ; 11 ; (35)

+1 +1 +2 +6 +24

×1 ×2 ×3 ×4

∴ El número que continúa es 35. **Clave B**

7 $\frac{1}{2}$; 1 ; $\frac{3}{2}$; 2 ; $\frac{5}{2}$

$+\frac{1}{2}$ $+\frac{1}{2}$ $+\frac{1}{2}$ $+\frac{1}{2}$

∴ El término que continúa es $\frac{5}{2}$. **Clave A**

8 1 ; 11 ; 21 ; 7 ; 17 ; 27 ; 13 ; 23 ; (33)

+10 +10 –14 +10 +10 –14 +10 +10

Clave D

9 La figura en el interior del cuadrado va aumentando el número de sus lados de uno en uno.

∴ La figura que sigue es: [cuadrado con un pentágono dibujado dentro] **Clave E**

10 x ; 4 ; 11 ; 18 ; y

+7 +7 +7

x = –3

r = +7; r: razón de la sucesión

$t_n = t_1 + (n - 1) . r$

$t_n = -3 + (n - 1) . 7$

$\therefore\ t_n = 7n - 10$

Clave D

NIVEL 2 (página 150)

11 De la sucesión:

13 ; 16 ; 21 ; 29 ; 41 ; x

3 5 8 12 17

2 3 4 5

1 1 1

x = 41 + 17 = 58

Suma: 5 + 8 = 13

Clave C

12 De la sucesión:

B ; E ; H ; K ; □

C,D F,G I,J L,M ↑ N

Clave C

13 De la sucesión:

2 ; 5 ; a ; 11 ; 14 ; b

+ 3 + 3 + 3 + 3 + 3

a = 5 + 3 = 8

b = 14 + 3 = 17

∴ b – 2a = 17 – 2(8) = 1

Clave A

14 $\frac{1}{4}$; $\frac{3}{2}$; 5 ; 13 ; 30 ; x

×2 + 1 ×2 + 2 ×2 + 3 ×2 + 4 ×2 + 5

∴ x = 30 × 2 + 5 = 65

Clave A

15 De la sucesión:

–4 –4 –4 –4

4 ; 11 ; 8 ; 7 ; 12 ; 3 ; 16 ; –1 ; x ; y

+4 +4 +4 +4

x = 16 + 4 = 20

y = –1 – 4 = –5

Nos piden: x . y = –100 **Clave A**



16 De la sucesión:

$2\ ;\ 1\ ;\ -1\ ;\ -2\ ;\ -4\ ;\ 4\ ;\ -7\ ;\ -8\ ;\ -x\ ;\ y$

(×(−2) entre términos alternos; −3 entre términos alternos)

$-7-3=-x \Rightarrow x=10$

$(-8)(-2)=y \Rightarrow y=16$

$\therefore\ x-y=10-16=-6$

Clave B

17 De la sucesión:

$2\ ;\ 1\ ;\ \frac{2}{3}\ ;\ \frac{5}{10}\ ;\ x$

$\times\frac{1}{2}\quad \times\frac{2}{3}\quad \times\frac{3}{4}\quad \times\frac{4}{5}$

$\therefore\ x=\frac{5}{10}\times\frac{4}{5}=\frac{20}{50}=\frac{2}{5}\times\frac{3}{3}=\frac{6}{15}$

Clave A

18 De la sucesión:

$1\ ;\ 3\ ;\ 4\ ;\ 7\ ;\ 11\ ;\ 18\ ;\ x$

$1+3\quad 3+4\quad 4+7\quad 7+11\quad 11+18$

$\therefore\ x=11+18=29$

Clave B

19 De la sucesión:

$2\ ;\ 3\ ;\ 1\ ;\ 4\ ;\ 0\ ;\ x$

$+1\quad -2\quad +3\quad -4\quad +5$

$\therefore\ x=0+5=5$

Clave B

20 De la sucesión:

$+3\quad +6\quad +12\quad +24\quad +48$

$5^{1}\ ;\ 6^{4}\ ;\ 12^{10}\ ;\ 15^{22}\ ;\ 60^{46}\ ;\ x^{y}$

$+1\quad \times 2\quad +3\quad \times 4\quad +5$

$60+5=x \Rightarrow x=65$

$46+48=y \Rightarrow y=94$

$\therefore\ x+y=159$

Clave C

NIVEL 3 (página 150)

21 De la sucesión:

B   D,E   G,H,I

NA ; JC ; FF ; BJ

M,L,K   I,H,G   E,D,C

∴ Sigue: BJ

Clave D

22 De la sucesión:

$x\ ;\ 1\ ;\ 19\ ;\ 45\ ;\ 75\ ;\ 107\ ;\ y$

$2\quad 18\quad 26\quad 30\quad 32\quad 33$

$16\quad 8\quad 4\quad 2\quad 1$

$2^4\quad 2^3\quad 2^2\quad 2^1\quad 2^0$

$x=1-2=-1$

$y=107+33=140$

$\therefore\ x+y=140-1=139$

Clave D

23 B ; M ; S ; V ; U

$+11\quad +7\quad +3\quad -1$

$-4\quad -4\quad -4$

Clave A

24 De la sucesión:

T ; M ; I ; G ; (E)

$-8\quad -4\quad -2\quad -2$

$+4\quad +2\quad 0$

$-2\quad -2$

Clave D

25 De la sucesión:

X   O   I   D   ☐

P, Q, R, S / T, U, V, W → 8

J, K, L / M, N, Ñ → 6

E, F, G, H → 4

2 → B, C

A

Clave D



26 De la sucesión:

$$\begin{array}{c} \quad +10 \quad +10 \quad +10 \\ -M \; ; \; 2 \; ; \; 8 \; ; \; 12 \; ; \; 19 \; ; \; \overline{NP} \; ; \; 30 \; ; \; 32 \; ; \; 41 \\ +11 \quad +11 \quad +11 \quad +11 \end{array}$$

$-M + 11 = 8 \Rightarrow -M = -3 \Rightarrow M = 3$

$12 + 10 = \overline{NP} \Rightarrow \overline{NP} = 22$

$\Rightarrow N = 2; P = 2$

$\therefore\ M + N + P = 3 + 2 + 2 = 7$

Clave C

27 $t_1 = \frac{1}{2};\ t_2 = \frac{1}{2}R;\ t_3 = \frac{1}{2}R^2;\ t_4 = \frac{1}{2}R^3$

$\frac{1}{2}R^3 = \frac{1}{8} \Rightarrow R = \sqrt[3]{\frac{1}{4}}$

$t_{19} = \frac{1}{2}R^{18} = \frac{1}{2}\left(\sqrt[3]{\frac{1}{4}}\right)^{18} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{4}\right)^6$

$t_{19} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4^6} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2^{12}} = \frac{1}{2^{13}}$

Clave C

28 $t_1 = 10 + 3(1)$

$t_2 = 10 + 3(2)$

$t_3 = 10 + 3(3)$

$\vdots$

$t_n = 10 + 3(n)$

$13 \leq 10 + 3n \leq 613$

$13 \leq k^2 \leq 613$

$3{,}6 \leq k \leq 24{,}7$

$k = 4; ...; 24$, hay 21 valores

Luego de restar los siete múltiplos de 3, que son de la fora: $10 + 3n$, k tomará 14 valores.

Clave E

29 $t_n = 7k$

Para que sea cubo perfecto:

$p^3 = (7k)(7^2k^2)$

$p^3 = 343k^3$

$\Rightarrow\ 7 < 343k^3 \leq 343\ 000$

$0 < k \leq 10$

$k = \{1; 2; 3; 4; ...; 10\}$

$\therefore$ Hay 10 cubos perfectos.

Clave D

30

$$\begin{array}{c} 6 \; ; \; 2 \; ; \; 10 \; ; \; 30 \; ; \; 62 \; ; \; 106 \; ; \; ... \; ; \; t_{10} \\ -4 \quad 8 \quad 20 \quad 32 \quad 44 \\ 12 \quad 12 \quad 12 \quad 12 \end{array}$$

$t_n = an^2 + bn + c$

$a = \frac{12}{2} = 6; \quad b = -4 - \frac{12}{2} = -10; \quad c = 6$

$\Rightarrow t_n = 6n^2 - 10n + 6$

$\therefore t_{10} = 6(10^2) - 10(10) + 6 = 506$

Clave E

ACTIVIDADES DE RAZONAMIENTO (página 158)

1 $\sum_{k=8}^{20} k^2 = 8^2 + 9^2 + 10^2 + ... + 20^2$

$= (1^2 + 2^2 + ... + 20^2) - (1^2 + 2^2 + ... + 7^2)$

$= \dfrac{20 \times 21 \times 41}{6} - \dfrac{7 \times 8 \times 15}{6}$

$= 2870 - 140 = 2730$

Clave E

2 $\sum_{8}^{22} (3a - 1)$

$= (3 \times 8 - 1) + (3 \times 9 - 1) + ... + (3 \times 22 - 1)$

$= 3(8 + 9 + 10 + ... + 22) - 1 \times 15$

$= 3\left(\dfrac{8 + 22}{2}\right) \times 15 - 15$

$= 3(15) \times 15 - 15 = 675 - 15$

$= 660$

Clave D

3 $1 + 3 + 5 + 7 + ... + 99$

$\downarrow$

$2(50) - 1$

Suma $= 50^2 = 2500$

Clave B

4 De la igualdad:

$2 + 4 + 6 + 8 + ... + m = 600$

$\downarrow$

$2k$

$k(k + 1) = 600 \Rightarrow k = 24$

$m = 2k = 48$

Clave A

5 Sea:

$M = 2^3 + 4^3 + 6^3 + 8^3 + ... + 40^3$

Descomponiendo en forma conveniente se tiene:

$M = 2^3(1^3) + 2^3 . (2^3) + 2^3 . (3^3) + 2^3(4^3) + ... 2^3(20^3)$

$M = 2^3[1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + ... + 20^3]$

Suma de los cubos de los primeros 20 números naturales:

$M = 2^3 \left[\dfrac{20.(20 + 1)}{2}\right]^2$

$M = 352\,800$

Clave A

6 Sea:

$S = \overbrace{1 - 4 + 9 - 16 + 25 - ...}^{25 \text{ términos}}$

$\underbrace{\;}_{+5}$ $\underbrace{\;}_{+9}$

Agrupando convenientemente la serie:

$S = \overbrace{1 + 5 + 9 + ...}^{13 \text{ términos}}$

Hallando el término enésimo (t_n):

$t_n = 4n - 3$

$S = \sum_{n=1}^{13} (4n - 3) = 4\sum_{1}^{13} n - \sum_{1}^{13} 3 = \dfrac{4(13)(14)}{2} - 3.13$

$\therefore\ S = 325$

Clave A

7 Sea la serie:

$S = 1^2 - 3^2 + 5^2 - 7^2 + ...$ (20 términos)

Agrupando convenientemente tenemos:

$S = \underbrace{1^2 - 3^2}_{-8} + \underbrace{5^2 - 7^2}_{-24} + \underbrace{9^2 - 11^2}_{-40} + ...$

$\Rightarrow\ S = -8 - 24 - 40 - ...$ (10 términos)

$-16 \quad -16$

Donde: $t_n = 8 - 16n$

$\Rightarrow S = \sum_{n=1}^{10} (8 - 16n) = \sum_{1}^{10} 8 - 16\sum_{1}^{10} n = 8.10 - \dfrac{16.10.11}{2}$

$\therefore\ S = -800$

Clave E

8 Separando los términos positivos de los negativos, denominamos S_1 y S_2, respectivamente:

$\Rightarrow S_1 = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} ... \wedge S_2 = -\frac{1}{3} - \frac{1}{6} - \frac{1}{12} - \frac{1}{24} ...$

$\times\frac{1}{2} \times\frac{1}{2} \times\frac{1}{2} \qquad \times\frac{1}{2} \times\frac{1}{2} \times\frac{1}{2}$

Ambas son series infinitas, por lo tanto:

$\Rightarrow\ S_1 = \dfrac{1}{1 - \frac{1}{2}} \quad \wedge \quad S_2 = \dfrac{-\frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{2}}$

$S_1 = 2 \quad \wedge \quad S_2 = -\frac{2}{3}$

$\therefore\ M = S_1 + S_2 = 2 - \frac{2}{3} = \frac{4}{3}$

Clave D



9 Sea:

$$S = \frac{6}{3} + \frac{10}{9} + \frac{14}{27} + \frac{18}{81} + \dots$$

$\times 3$

$$3S = 6 + \frac{10}{3} + \frac{14}{9} + \frac{18}{27} + \dots$$

Restando:

$$3S - S = 6 + \frac{4}{3} + \frac{4}{9} + \frac{4}{27} + \dots$$

$$2S = 6 + \underbrace{\frac{4}{3} + \frac{4}{9} + \frac{4}{27} + \dots}_{\text{serie infinita de razón } +\frac{1}{3}}$$

$$2S = 6 + \left(\frac{\frac{4}{3}}{1 - \frac{1}{3}}\right)$$

$$2S = 6 + 2$$

$$\therefore\ S = 4$$

Clave B

10 Hallamos el término enésimo de la sucesión de 3.er orden

0	; 2	; 11	; 33	; 74	; 140

+2 +9 +22 +41 +66

+7 +13 +19 +25

+6 +6 +6

Entonces:

$$t_n = an^3 + bn^2 + cn + d$$

Donde:

$$\left.\begin{aligned} t_0 &= 0 = d \\ t_1 &= 2 = a + b + c \\ t_2 &= 11 = 8a + 4b + 2c \\ t_3 &= 33 = 27a + 9b + 3c \end{aligned}\right\} a = 1\ ;\ b = \frac{1}{2}\ ;\ c = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow\ t_n = n^3 + \frac{n^2}{2} + \frac{n}{2}$$

Piden

$$M = \sum_{n=1}^{20}\left(n^3 + \frac{n^2}{2} + \frac{n}{2}\right) = \sum_{1}^{20} n^3 + \frac{1}{2}\sum_{1}^{20} n^2 + \frac{1}{2}\sum_{1}^{20} n$$

$$M = \left[\frac{20(21)}{2}\right]^2 + \frac{1}{2}\cdot\frac{20.21.41}{6} + \frac{1}{2}\cdot\frac{20.21}{2}$$

$$\therefore\ n = 45\ 640$$

Clave E

11 Hallando la suma de las áreas:

$$A_1 = (4a)^2\ ;\ A_2 = (2a)^2\ ;\ A_3 = (a)^2\ ;\ A_4 = \left(\frac{a}{2}\right)^2$$

Piden:

$$S = 16a^2 + 4a^2 + a^2 + \frac{a^2}{4} + \dots$$

$\times\frac{1}{4}$ $\times\frac{1}{4}$ $\times\frac{1}{4}$

Es una serie infinita de razón $+\frac{1}{4}$.

$$\Rightarrow\ S = \frac{16a^2}{1 - 1/4} \qquad \therefore\ S = \frac{64a^2}{3}$$

Clave B

12 Sea la serie:

$$S = 1 \times 2 + 2 \times 5 + 3 \times 10 + \dots + n(n^2 + 1)$$

$$\Rightarrow\ S = \sum_{n=1}^{10} n(n^2+1) = \sum_{n=1}^{10}(n^3 + n) = \sum_{n=1}^{10} n^3 + \sum_{n=1}^{10} n$$

$$\Rightarrow\ S = \left(\frac{10.11}{2}\right)^2 + \frac{10.11}{2}$$

$$\therefore\ S = 3080$$

Clave C

13 $\sum_{k=1}^{12} 8 = 12 \times 8 = 96$

$$\sum_{k=1}^{20}\sum_{k=1}^{12} 8 = \sum_{k=1}^{20}(96) = 20 \times 96 = 1920$$

Clave A

14 Transformando cada fracción:

$$\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5}\right) + \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{8}\right) + \left(\frac{1}{8} - \frac{1}{12}\right) + \dots + \left(\frac{1}{437} - \frac{1}{467}\right)$$

$$S = \frac{1}{2} - \frac{1}{467} = \frac{467 - 2}{467 \times 2} = \frac{465}{934}$$

Clave B

REFUERZA PRACTICANDO

NIVEL 1 (página 160)

1 $4 + 7 + 10 + \dots + x = 175$

+3 +3

Donde:

$r = +3$

$t_1 = 4$ $\Rightarrow$

$t_n = x$

$\underbrace{4 + 7 + 10 + ... + x} = 175$

$\frac{(t_1 + t_n)}{2}\left[\frac{t_n - t_1}{r} + 1\right] = 175$

$\left(\frac{4 + x}{2}\right)\left(\frac{x - 4}{3} + 1\right) = 35 . 5$

$(4 + x) \quad (x - 1) \quad = 35 . 30$

Comparando los términos:

$\therefore\ x = 31$

Clave E

2 $\sum_{k=5}^{11} 2k = 2\sum_{k=5}^{11}(k)$

$= 2(5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11)$

$= 2(56) = 112$

Clave E

3 $2 + 4 + 6 + ... + 98$

$\downarrow$

2×49

$= 49 \times 50 = 2450$

Clave B

4 $\sum_{k=1}^{10}(2k + 1) = 2\sum_{K=1}^{10} k + 10$

$= \frac{2 \times 10 \times 11}{2} + 10$

$= 110 + 10 = 120$

Clave A

5 $11 + 13 + 15 + ... + 99$

$\downarrow$

$2 \times 50 - 1$

$50^2 - (1 + 3 + 5 + 7 + 9) = 2500 - 25$

$= 2475$

Clave C

6 $\sum_{k=4}^{9}(12 - k) = 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3$

$= 33$

Clave D

7 Si da máximo 12 campanadas:

$2(1 + 2 + 3 + ... + 12) + 1 \times 24$

$2\left(\frac{12 \times 13}{2}\right) + 24 = 156 + 24$

$= 180$

Clave B

8 $\sum_{k=1}^{50} k + \sum_{p=1}^{40} p$

$= \frac{50 \times 51}{2} + \frac{40 \times 41}{2}$

$= 1275 + 820$

$= 2095$

Clave D

9 $S = 2 + 5 + 10 + 17 + ... + 2501$

$S = (1^2 + 1) + (2^2 + 1) + (3^2 + 1) + (4^2 + 1) + ... + (50^2 + 1)$

$S = (1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + ... + 50^2) + \underbrace{(1 + 1 + 1 + 1 + ... + 1)}_{\text{50 sumandos}}$

$S = \frac{50 \times 51 \times 101}{6} + 50$

$S = 42\,925 + 50 = 42\,975$

Clave E

10 $S = \underbrace{1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 4 + ... + 24 \times 25}_{\text{24 términos}}$

$S = \frac{24(24 + 1)(24 + 2)}{3}$

$S = \frac{24 \times 25 \times 26}{3} = 5200$

Clave E

NIVEL 2 (página 161)

11 Suma notable:

$S = \underbrace{1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 4 + ... + 20 \times 21}_{n = 20 \text{ términos}}$

$\frac{(n)(n + 1)(n + 2)}{3}$

$\Rightarrow S = \frac{20 . 21 . 22}{3}$

$\therefore\ S = 3080$

Clave A

12 $E = 0,01 + 0,02 + 0,03 + ...+ 4$

$+0,01 \quad +0,01$

Donde:

$r = +0,01$

$t_1 = 0,01$

$t_n = 4$

$E = \frac{(t_1 + t_n)}{2}\left(\frac{t_n - t_1}{r} + 1\right)$

$E = \left(\frac{0,01 + 4}{2}\right)\left(\frac{4 - 0,01}{0,01} + 1\right)$

$n = \text{n.° de términos} \quad \therefore\ E = 802$

Clave B



13 Nos piden hallar n:

$(1 + 2 + 3 + ... + n)(2 + 4 + 6 + ... + 2n) = 6050$

$\dfrac{n.(n+1)}{2}$. $n(n + 1) = 6050$

$n^2 . (n + 1)^2 = 12\,100$

$n^2 . (n + 1)^2 = 10^2 . 11^2$

Comparando obtenemos el valor de n.

$\therefore\ n = 10$

Clave C

14 La serie es:

$4(1 + 4 + 9 + 16 + ... + 576)$

$4(1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + ... + 24^2)$

$\dfrac{4(24)(24+1)(2\times 24+1)}{6}$

$\dfrac{4\times 24\times 25\times 49}{6} = 19\,600$

Clave B

15 $1 + 3 + 5 + 7 + ... + k = 9801$

$2u - 1$

$u^2 = 9801 \Rightarrow u = 99$

$k = 2(99) - 1 = 197$

Clave B

16 $8(35 - 15 + 1) + 5\sum_{n=1}^{20} n - \sum_{n=1}^{20}(4)$

$= 8(21) + 5 . \dfrac{20(21)}{2} - 4(20 - 1 + 1)$

$= 168 + 1050 - 80 = 1138$

Clave C

17 $A = \dfrac{50\times 51}{2} = 25 \times 51 = 1275$

$B = 35^2 = 1225$

$\therefore\ A - B = 1275 - 1225 = 50$

Clave E

18 $S = \sum_{k=1}^{4}(2k-5)^2$

$S = (-3)^2 + (-1)^2 + (1)^2 + (3)^2$

$S = 9 + 1 + 1 + 9 = 20$

Clave E

19 $A = \sum_{K=3}^{8}(k-5)^2$

$A = (-2)^2 + (-1)^2 + 0^2 + 1^2 + 2^2 + 3^2$

$A = 4 + 1 + 0 + 1 + 4 + 9$

$A = 19$

Clave A

20 $\sum_{k=1}^{10}(3k^2 + 2k - 5)$

$= 3\sum_{k=1}^{10} k^2 + 2\sum_{k=1}^{10} k - \sum_{k=1}^{10} 5$

$= 3 . \dfrac{10\times 11\times 21}{6} + \dfrac{2\times 10\times 11}{2} - 5\times 10$

$= 1155 + 110 - 50 = 1215$

Clave E

NIVEL 3 (página 162)

21

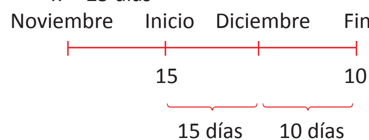
n.° días	1	2	3		x
Juana	13	13	13	...	13
María	1	2	3	...	x

Según el enunciado del problema

$\underbrace{13 + 13 + 13 + ... + 13}_{\textbf{x}\text{ veces}} = 1 + 2 + 3 + ... + x$

$13 . x = \left(\dfrac{1+x}{2}\right) x$

$x = 25$ días



$\therefore$ La dieta concluyó el 10 de diciembre.

Clave E

22 $S = a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_n = \dfrac{3n^2}{2} + \dfrac{13n}{2}$

Luego:

$S_{(400)} = a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_{399} + a_{400}$

$= \dfrac{3.400^2}{2} + \dfrac{13.400}{2}$

$S_{(399)} = a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_{399} = \dfrac{3.399^2}{2} + 13 . \dfrac{399}{2}$

$\Rightarrow S_{(400)} - S_{(399)} = a_{400} = 1205$

Clave D



23 $S = 1 + (1 + 4) + (1 + 4 + 7) + (1 + 4 + 7 + 10) + ...$

$$S = \underbrace{1 + 5 + 12 + 22 + ...}_{20 \text{ términos}}$$

$t_0 \leftarrow (0)$; 1 ; 5 ; 12 ; 22 ; ...

$p_0 \leftarrow (+1)$ +4 +7 +10

$r \leftarrow (+3)$ +3 +3

$t_n = an^2 + bn + c$

$a = \frac{r}{2}$; $b = p_0 - a$; $c = t_0$

$a = \frac{3}{2}$; $b = -\frac{1}{2}$; $c = 0$

$\Rightarrow \ t_n = \frac{3}{2}n^2 - \frac{n}{2}$

$S = \sum t_n = \sum\left(\frac{3}{2}n^2 - \frac{n}{2}\right) = \sum\left(\frac{3}{2}n^2\right) - \sum\left(\frac{n}{2}\right)$

$S = \frac{3}{2}\ \frac{(n)(n+1)(2n+1)}{6} - \frac{1}{2}\ \frac{n(n+1)}{2}$

$\Rightarrow \ n = 20$

$\therefore \ S = 4200$

Clave C

24 Se pide: $\sum_{k=1}^{n}(3k+2)$

$= 3\sum_{k=1}^{n} k + 2\sum_{k=1}^{n} 1$

$= 3\frac{n(n+1)}{2} + 2n$

$= \frac{3n^2 + 3n + 4n}{2} = \frac{3n^2 + 7n}{2}$

$\therefore \ \sum_{k=1}^{n}(3k+2) = \frac{n(3n+7)}{2}$

Clave A

25 $n + (n + 1) + ... + (n + 2n) = 1640$

$n(2n+1) + (1+2+3+...+2n) = 1640$

$n(2n + 1) + \frac{(2n)(2n+1)}{2} = 1640$

$2n(2n + 1) = 1640$

$2n(2n + 1) = 40 \times 41$

$2n = 40 \Rightarrow n = 20$

Clave B

26 $\sum_{k=1}^{100}(101-k)k$

$= \sum_{k=1}^{100} 101k - \sum_{k=1}^{100} k^2$

$= 101\sum_{k=1}^{100} k - \sum_{k=1}^{100} k^2$

$= 101\ .\ \frac{100 \times 101}{2} - \frac{100 \times 101 \times 201}{6}$

$= 510\,050 - 338\,350$

$= 171\,700$

$\Rightarrow$ Suma de cifras: 16

Clave D

27 $S_k = \sum_{i=1}^{k} i = \frac{k(k+1)}{2}$

$\sum_{k=1}^{n} S_k = \sum_{k=1}^{n} \frac{k(k+1)}{2} = \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n}(k^2 + k)$

$= \frac{1}{2}\left[\sum_{k=1}^{n} k^2 + \sum_{k=1}^{n} k\right]$

$\therefore \ \sum_{k=1}^{n} S_k = \frac{1}{6}n(n + 1)(n + 2)$

Clave A

28 Sean **n** días:

1.ª tortuga: $\underbrace{4 + 4 + ... + 4}_{n} = 4n$

2.ª tortuga: $1 + 2 + ... + n = \frac{n(n+1)}{2}$

$\Rightarrow 4n = \frac{n(n+1)}{2} \Rightarrow 8 = n + 1$

$n = 7$

Clave D

29 $S = 1 + 3 + 2 + 2 + 6 + 4 + 3 + 9 + 6 + ...$

$S = 1 + 2 + 3 + ...$ (34 números)

$+ 3 + 6 + 9 + ...$ (33 números)

$+ 2 + 4 + 6 + ...$ (33 números)

$S = 1 + 2 + 3 + ... + 34$

$+ 3(1 + 2 + 3 + ... + 33)$

$+ 2(1 + 2 + 3 + ... + 33)$

$S = \frac{34 \times 35}{2} + 3 \times \frac{33 \times 34}{2} + 2 \times \frac{33 \times 34}{2}$

$S = 595 + 1683 + 1122$

$S = 3400$

Clave D

30 $1 + 2 + 3 + ... + n = 120$

$\frac{n(n+1)}{2} = 120$

$n(n + 1) = 240 = 15 \times 16$

$\Rightarrow n = 15$

Clave E

Analogías y distribuciones numéricas

ACTIVIDADES DE RAZONAMIENTO (página 167)

1 1.ª fila: $6 \times 4 = 24$
2.ª fila: $8 \times 5 = 40$
3.ª fila: $3 \times 8 = a = 24$

Clave A

2 Fila 1: $4 \times 3 = 12$
Fila 2: $5 \times 9 = 45$
Fila 3: $6 \times 2 = x$
$\therefore x = 12$

Clave B

3 1.ª fila: $8 \times 2 + 4 = 20$
2.ª fila: $5 \times 3 + 4 = 19$
3.ª fila: $1 \times 8 + 4 = 12$
$\therefore n = 12$

Clave E

4 Fila 1: $\frac{5+7}{2} = 6$
Fila 2: $\frac{9+3}{2} = 6$
Fila 3: $\frac{8+6}{2} = ?$
$\therefore ? = 7$

Clave D

5 1.ª fila: $(10 + 17)/3 = 9$
2.ª fila: $(6 + 12)/3 = 6$
3.ª fila: $(20 + 4)/3 = x$
$\therefore x = 8$

Clave E

6 $(12 - 2) \div 2 = 5 \Leftarrow$ 1.ª fila
$(60 - 40) \div 2 = 10 \Leftarrow$ 2.ª fila
$(70 - 30) \div 2 = a \Leftarrow$ 3.ª fila
$\therefore a = 20$

Clave A

7 Fila 1: $\sqrt[3]{64} = 4$
Fila 2: $\sqrt[5]{32} = 2$
Fila 3: $\sqrt[3]{512} = x = 8$

Clave D

8 Fila 1: $2(3) + 5 = 11$
Fila 2: $2(7) + 1 = 15$
Fila 3: $2(4) + 9 = y$
$\therefore y = 17$

Clave B

9 1.ª fila: $(8 - 2)(4) = 24$
2.ª fila: $(10 - 4)(5) = 30$
3.ª fila: $(20 - 18)(7) = 14 = z$
$\therefore z = 14$

Clave C

10 1.ª fila: $(2 + 8)(5) = 50$
2.ª fila: $(1 + 2)(6) = 18$
3.ª fila: $(4 + 8)(2) = 24$
4.ª fila: $(1 + 7)(6) = x$
$\therefore x = 48$

Clave C

11

Triángulo: 7, 3, 12, 9 $\Rightarrow (12 + 9) \div 7 = 3$

Triángulo: 4, 6, 8, 16 $\Rightarrow (8 + 16) \div 4 = 6$

Luego:

Triángulo: 3, m, 13, 14 $\Rightarrow (13 + 14) \div 3 = 9$

$\therefore m^2 = 81$ **Clave B**

12

48; 56, 7 $\Rightarrow (56 \div 7) . 6 = 48$

30; 25, 5 $\Rightarrow (25 \div 5) . 6 = 30$

Luego:

?; 12, 3 $\Rightarrow (12 \div 3) . 6 = \boxed{24}$

Clave C

13

−2, 11, 4 $\Rightarrow (-2)^4 - 5 = 11$

−3, −32, 3 $\Rightarrow (-3)^3 - 5 = -32$

−4, x, 3 $\Rightarrow (-4)^3 - 5 = -69 = x$

$\therefore x = -69$

Clave A

14

Triángulo: 0,3; 0,8; 0,6; 0,4

$\Rightarrow 0{,}6 + 0{,}4 - 0{,}3 + 0{,}1 = 0{,}8$

Triángulo: 0,4; 1,0; 0,5; 0,8

$\Rightarrow 0{,}5 + 0{,}8 - 0{,}4 + 0{,}1 = 1{,}0$

Luego:

Triángulo: 0,7; x; 0,9; 1,4

$\Rightarrow 0{,}9 + 1{,}4 - 0{,}7 + 0{,}1 = 1{,}7 = x$

$\therefore x = 1{,}7$

Clave A

REFUERZA PRACTICANDO
NIVEL 1 (página 169)

1 1.ª figura:

18 + 29 → 47; 1; 3
(4 + 7) + 18 → 29; 4 ← 1 + 3
7 + (4 + 7) → 18; x; 7 ← 3 + 4
x ← 4 + 7

$\therefore x = 11$

2.ª figura:

13 + 21 → y; 1; 2
(3 + 5) + 13 → 21; 3 ← 1 + 2
5 + (3 + 5) → 13; a; 5 ← 2 + 3
a ← 3 + 5

$\therefore y = 34$
$\Rightarrow x + y = 11 + 34 = 45$

Clave D



2 Col. (1): $10 \div 2 = 5$

Col. (2): $18 \div 6 = 3$

Col. (3): $30 \div 5 = x \Rightarrow x = 6$

Clave C

3 Fila (1): $20 \div 2 = 10$

Fila (2): $15 \div 5 = 3$

Fila (3): $40 \div 8 = x$

$\Rightarrow x = 5$

Clave E

4 Fila (1): $16 \div 8 = 2$

Fila (2): $21 \div 3 = 7$

Fila (3): $x \div 5 = 2$

$\Rightarrow x = 10$

Clave B

5 1.er gráfico: $4 \times 3 = 12$

2.do gráfico: $5 \times 6 = 30$

3.er gráfico: $4 \times 2 = x$

$\Rightarrow x = 8$

Clave E

6 1.ª figura: $\frac{10 + 8}{2} = 9$

2.ª figura: $\frac{7 + 13}{2} = 10$

3.ª figura: $\frac{43 + 1}{2} = x$

$\Rightarrow x = 22$

Clave E

7 Fila (1): $37 + 12 = 7^2$

Fila (2): $73 + 27 = 10^2$

Fila (3): $16 + 9 = 25$

$25 = 5^2 \Rightarrow x = 5$

Clave B

8 Col. (1): $3^3 = 27$

Col. (2): $8^2 = 64$

Col. (3): $7^2 = x$

$\Rightarrow x = 49$

Clave E

9 Se cumple:

Col. (1): $8 . 2 . 4 = 64$

Col. (1): $1 . 32 . 2 = 64$

Col. (1): $? . 8 . 1 = 64$

$\Rightarrow ? = 8$

Clave C

10 Fila (1): $(3 + 4) \times 12 = 84$

Fila (2): $(6 + 7) \times 6 = 78$

Fila (3): $(8 + 4) \times 3 = x$

$\Rightarrow x = 36$

Clave B

NIVEL 2 (página 170)

11 Col. (1): $(10 + 6) : 2 = 8$

Col. (2): $(17 + 3) : 2 = 10$

Col. (3): $(40 + 10) : 2 = a$

$\Rightarrow a = 25$

Clave E

12 Fila (1): $9 \times 2 + 3 = 21$

Fila (2): $6 \times 4 + 2 = 26$

Fila (3): $7 \times 1 + 8 = m$

$\Rightarrow m = 15$

Clave A

13 Fila (1): $(3 \times 2) \div 6 = 1$

Fila (2): $(8 \times 4) \div 2 = 16$

Fila (3): $(5 \times 4) \div 2 = A$

$\Rightarrow A = 10$

Clave D

14 Fila (1): $(5 + 4)(3) = 27$

Fila (2): $(6 + 1)(2) = 14$

Fila (3): $(9 + 4)(3) = a$

$\Rightarrow a = 13 \times 3 = 39$

Clave D

15 Fila (1): $8 + 2 + 4 = 14$

Fila (2): $1 + 3 + 7 = 11$

Fila (3): $14 + 2 + 3 = a$

$\Rightarrow a = 19$

Clave B

16 Se cumple:

Fila (1): $2 + 3 + 4 = 9$

Fila (2): $8 + 0 + 1 = 9$

Fila (3): $7 + x + 0 = 9$

$\Rightarrow x = 2$

Clave B

17 Fila (1): $3^2 - 4 = 5$

Fila (2): $5^2 - 12 = 13$

Fila (3): $7^2 - 24 = ?$

$\Rightarrow ? = 25$

Clave D



18 Fila (1): $12 = 9 + \sqrt{9}$

Fila (2): $6 = 4 + \sqrt{4}$

Fila (3): $? = -2 + \sqrt{25}$

$\Rightarrow ? = 3$

Clave C

19

$6 + 5 = 11$	$6 + 1 = 7$	$3 + 8 = 8$	$y + 4 = x$
$9 - 6 = 3$	$10 - 6 = 4$	$8 - 3 = 5$	$13 - y = 6$

Resolviendo las 2 ecuaciones:

$y = 7$

$x = 11$

$\therefore\ x + y = 18$

Clave D

20

$3 + 7 = 10$	$11 + 6 = 17$	$21 + y = 24$
$7 + 1 = 8$	$13 + 2 = 15$	$z + x = 22$

Resolviendo la ecuación:

$y = 3$

$x + z = 22$

$\therefore\ x + z + y = 25$

Clave B

NIVEL 3 (página 171)

21 1.er gráfico: $2 + 4 + 8 = 14$

2.do gráfico: $3 + 5 + 6 = 14$

3.er gráfico: $1 + 2 + x = 14$

$\Rightarrow x = 11$

Clave C

22 Se cumple:

Col. (1): $8^2 - 2^2 = 60$

Col. (2): $7^2 - 3^2 = 40$

Col. (3): $(?)^2 - 8^2 = 36$

$\Rightarrow ? = 10$

Clave D

23 Se cumple:

$2 \times 5 = 10$

$6 \times 5 = 30$

$5 \times 5 = 25$

$x . 5 = 50 \Rightarrow x = 10$

Clave B

24 Se cumple:

1.er gráfico: $(2 + 4) . 3 = 18$

2.do gráfico: $(1 + 4) . 9 = 45$

3.er gráfico: $(2 + 3) . 6 = 30$

$\Rightarrow x = 30$

Clave D

25 Se cumple:

$9 + 1 = 10$

$2 + 2 = 4$

$3 + 3 = 6$

$8 + 4 = 12 \Rightarrow a = 12$

Clave C

26 1.a figura: $(7 + 5) - (3 + 4) = 5$

2.a figura: $(9 + 6) - (3 + 5) = 7$

3.a figura: $(5 + 6) - (4 + 3) = x$

$\Rightarrow x = 4$

Clave E

27 $\frac{4}{2} + 9 \times 2 = 20$

$\frac{8}{2} + 5 \times 2 = 14$

$\frac{10}{2} + 3 \times 2 = z$

$\Rightarrow z = 11$

Clave C

28 $[(8 + 12) - (5 + 9)]^2 = 36$

$[(7 + 3) - (9 + 2)]^2 = 1$

$[(10 + 4) - (7 + 3)]^2 = w$

$\Rightarrow w = 16$

Clave A

ACTIVIDADES DE RAZONAMIENTO
(página 177)

1 $x^2 + 2x - 8 < 0$

x   + 4
x   – 2

$(x + 4)(x - 2) < 0$



$\therefore\ x \in \langle -4; 2 \rangle$

Clave B

2 $x^2 - x - 6 > 0$

x   –3
x   +2

$(x - 3)(x + 2) > 0$



$\therefore\ x \in \langle -\infty; -2 \rangle \cup \langle 3; +\infty \rangle$

Clave C

3 $3x + 4 \leq 2x + 10 \quad \wedge \quad 2x + 10 < 5x + 8$

$x \leq 6 \quad \wedge \quad 2 < 3x$

$x \leq 6 \quad \wedge \quad \dfrac{2}{3} < x$

$\dfrac{2}{3} < x \leq 6$

$\therefore\ x \in \langle 2/3; 6]$

Clave E

4 $\sqrt{x+5} < 5 - \sqrt{x}\ ;\ 5 - \sqrt{x} > 0$

$x + 5 < 25 - 10\sqrt{x} + x$

$10\sqrt{x} < 20$

$\sqrt{x} < 2\ ;\ x \geq 0$

$x < 4$

$0 \leq x < 4$

$\therefore\ x \in [0; 4\rangle$

Clave A

5 $15 \geq x^2 + 2x$

$x^2 + 2x - 15 \leq 0$

x   +5
x   –3

$(x + 5)(x - 3) \leq 0$



$\therefore\ x \in [-5; 3]$

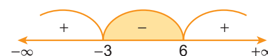
Clave D

6 $x^2 < 3x + 18$

$x^2 - 3x - 18 < 0$

x   – 6
x   + 3

$(x - 6)(x + 3) < 0$



Suma de soluciones enteras:

$= -2 - 1 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 12$

Clave C

7 $2x - 8 + \dfrac{6}{x-3} \leq 7 - x + \dfrac{6}{x-3}\ ;\ x \neq 3$

$2x - 8 \leq 7 - x$

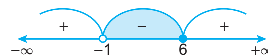
$3x \leq 15$

$x \leq 5$

$\therefore\ x \in \langle -\infty; 5] - \{3\}$

Clave A

8 $\dfrac{x-6}{x+1} \leq 0$



Valores enteros: 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6

Clave B

9 $\dfrac{30x + 20x + 15x + 12x}{60} > x - 17$

$77x > 60x - 1020$

$17x > -1020$

$x > -60$

$x \in \langle -60; +\infty \rangle$

Clave D

10 $\dfrac{5x}{11} - x < 3x - 273$

$273 < \dfrac{39}{11}x$

$77 < x$

$\Rightarrow x = 78$

Clave E

11 $\dfrac{2}{3} < \dfrac{x-1}{x+3} \quad \wedge \quad \dfrac{x-1}{x+3} < \dfrac{7}{9}$

$2x + 6 < 3x - 3 \quad \wedge \quad 9x - 9 < 7x + 21$

$9 < x \qquad 2x < 30$

$x < 15$

$\Rightarrow 9 < x < 15$

Suma de valores enteros:

$10 + 11 + 12 + 13 + 14 = 60$

Clave A



12

$$\frac{6x+4x+3x}{\cancel{12}\ 2} < \frac{x+30}{\cancel{6}}$$

$$13x < 2x + 60$$

$$11x < 60$$

$$x < \frac{60}{11} = 5{,}45$$

$\therefore$ Mayor valor entero: 5

Clave A

13 $2 \leq x \leq 5$

$$1 \leq x-1 \leq 4$$

$$\frac{1}{4} \leq \frac{1}{x-1} \leq 1$$

$$\frac{3}{4} \leq \frac{3}{x-1} \leq 3$$

$$\frac{7}{4} \leq 1+\frac{3}{x-1} \leq 4$$

$$\frac{7}{4} \leq \frac{x+2}{x-1} \leq 4$$

El menor valor de x es 7/4.

Clave A

14 $5 \leq x \leq 8$

$$6 \leq x+1 \leq 9$$

$$\frac{1}{9} \leq \frac{1}{x+1} \leq \frac{1}{6}$$

$$-\frac{4}{9} \geq \frac{-4}{x+1} \geq -\frac{4}{6}$$

$$\frac{5}{9} \geq 1-\frac{4}{x+1} \geq \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{3} \leq \frac{x-3}{x+1} \leq \frac{5}{9}$$

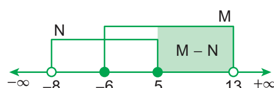
El mayor valor de x es 5/9.

Clave E

REFUERZA PRACTICANDO

NIVEL 1 (página 179)

1 Esquematizando:



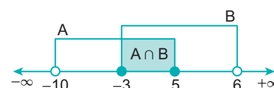
$\Rightarrow$ $M - N = \langle 5; 13\rangle$

Valores enteros: $\underbrace{\{6; 7; 8; 9; 10; 11; 12\}}_{7 \text{ números}}$

$\therefore$ 7 números verifican.

Clave C

2



Se observa que:
$A \cap B = [-3; 5]$

Piden: $A \cap B \cap (A \cup B) = A \cap B$

$\therefore$ $A \cap B \cap A \cup B = [-3; 5]$

Clave A

3 Sacamos el MCM a las fracciones y operamos:

$$7x - 11 > 24$$

$$x > 5$$



$\therefore$ El menor valor que cumple es 6.

Clave E

4 De la inecuación:

$$2x - \frac{x}{3} > 10 + \frac{5}{3}$$

$$\frac{6x-x}{3} > \frac{30+5}{3}$$

$\Rightarrow$ $x > 7$

$x \in \langle 7; +\infty\rangle$

Luego: $m' = \langle 7; +\infty\rangle$

$m' = \langle -\infty; 7]$; complemento de m.

$m' = \underbrace{\{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}}_{7 \text{ valores}}$; valores enteros positivos.

$\therefore$ Son 7 los números.

Clave B

5 Despejando x:

$ax - x < 3a - 3$; como $a \in \langle 1; -\infty\rangle$

$x(\cancel{a-1}) < 3(\cancel{a-1})$ pues $a > 1$, $a - 1 > 0$

$\Rightarrow$ $x \in \langle -\infty; 3\rangle$

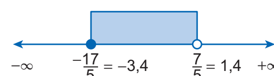
Clave E

6 Multiplicando todo por 3.

$-3 < 4 - 5x \leq 21$

Restando a todo 4 y dividiendo por –5:

$$\frac{7}{5} > x \geq -\frac{17}{5}$$



$\therefore$ El mayor valor entero que verifica es 1.

Clave E



7 Si: $a < b \Rightarrow 0 < b - a$

Luego, en la inecuación:

$b - a < \frac{bx + a}{2} - \frac{ax + b}{2}$

$\Rightarrow 2(b - a) < x(b - a) - (b - a)$

$2(\cancel{b - a}) < (x - 1)(\cancel{b - a})$; $b - a > 0$

$2 < x - 1$

$x > 3$

$\therefore x \in \langle 3; +\infty \rangle$

Clave B

8 $\frac{2(3x - 1) - 5(x + 1)}{10} < \frac{7 - x}{7}$

$\frac{6x - 2 - 5x - 5}{10} < \frac{7 - x}{7}$

$\Rightarrow \frac{x - 7}{10} < \frac{7 - x}{7} \Rightarrow 7x - 49 < 70 - 10x$

Trasladando a "x" a un solo lado:

$17x < 119$

$x < 7$

$\therefore x \in \langle -\infty; 7 \rangle$

Clave A

9 Resolviendo la primera inecuación:

$4x - 5 < 7x + 21 \Rightarrow x > -\frac{26}{3}$

Resolviendo la segunda inecuación:

$3x + 8 > 8x - 20 \Rightarrow x < \frac{28}{5}$

Luego, la solución del sistema será:

$-\frac{26}{3} < x < \frac{28}{5} \Rightarrow -8{,}6 < x < 5{,}6$

Como $x \in \mathbb{Z}$: $x \in \{-8; -7; -6; ...; 5\}$

$\therefore$ La suma de valores enteros será:

$-8 - 7 - 6 = -21$ (los demás se eliminan).

Clave A

NIVEL 2 (página 179)

10 Sea x la cantidad de pollitos:

$x - 35 > \frac{x}{2} \Rightarrow x > 70$ ... (I)

También:

$x - 35 + 3 - 18 < 22 \Rightarrow x < 72$ ... (II)

De (I) y (II): $70 < x < 72$

$\therefore x = 71$ (ya que x es entero)

Clave C

11 Sea x la cantidad de mesas que fabricó al principio.

Del enunciado se plantea:

$x - 49 > \frac{x}{2} \Rightarrow x > 98$ ... (I)

$x - 49 + 9 - 20 < 41 \Rightarrow x < 101$ ... (II)

De (I) y (II): $98 < x < 101$

Como x es par (según dato) $\Rightarrow x = 100$

$\therefore$ La cantidad de mesas hechas es: $100 + 9 = 109$

Clave D

12 Factorizando la inecuación por aspa simple.

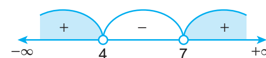
$x^2 - 11x + 28 > 0$

x −7

x −4

$\Rightarrow (x - 4)(x - 7) > 0$; puntos críticos

$x = 4 \wedge x = 7$



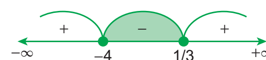
$\therefore x \in \langle -\infty; 4 \rangle \cup \langle 7; +\infty \rangle$

Clave A

13 Multiplicando por 5/2 se tendrá: $(x + 4)(3x - 1) \leq 0$

Luego usamos el criterio de los puntos críticos:

$x = -4$; $x = 1/3$



$\therefore x \in [-4; 1/3]$

Clave D

14 Calculando el discriminante:

$\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = 1^2 - 4(1)(1) = -3$

Entonces con $\Delta < 0$ y $1 > 0$; $x^2 + x + 1$ siempre será positivo, para cualquier valor de x.

$\therefore x \in \mathbb{R}$

Clave C

15 Transponiendo los términos de manera adecuada:

$$x^2 - 4x + 12 + M \geq 0$$

Como $x \in \mathbb{R}$ y además su primer coeficiente es positivo $(1 > 0)$; entonces el discriminante debe ser menor o igual a cero, luego tenemos:

$\Delta = 16 - 4(M + 12) \leq 0$



$\Rightarrow\ 16 - 48 \leq 4M$

$M \geq -8$

$\therefore$ El menor valor de M es -8.

Clave C

16 Dato: $a^2 . b^3 . c^5 < 0 \Rightarrow b^3 . c^5 < 0; a^2 \geq 0$

$\Rightarrow$ Se deduce que b y c son de signos opuestos.

$\therefore\ bc < 0$

Clave C

17 Del sistema se obtendrá:

$\underbrace{3x - 4 \leq 5x + 2}\ \wedge\ \underbrace{5x + 2 \leq -x + 8}$

$-6 \leq 2x \quad \wedge \quad 6x \leq 6$

$-3 \leq x \quad \wedge \quad x \leq 1$

$\therefore\ -3 \leq x \leq 1$

Clave C

18 $-x + 3 \in [-6; 5\rangle \iff -6 \leq -x + 3 < 5$

$-2 < x \leq 9$

Hallando el intervalo para $(2x + 5)$:

$-2 < x \leq 9 \iff 1 < 2x + 5 \leq 23$

$\iff (2x + 5) \in \langle 1; 23]$

Pero: $(2x + 5) \in \langle a + 1; b + 13]$

Comparando: $a = 0$; $b = 10$

$\therefore\ a^{20} + b^2 = 100$

Clave D

NIVEL 3 (página 180)

19 Sabemos que la expresión está bien definida si $x \neq 0$, es decir $x \in \mathbb{R} - \{0\}$

Operando $\dfrac{x-2}{x} < 0\ \wedge\ x \neq 0$

Multiplicando ambos miembros por x^2:

$x^2\left(\dfrac{x-2}{x}\right) < 0 . x^2$

Vemos que el sentido no cambia, ya que x^2 es positivo.

$x(x - 2) < 0\ \wedge\ x \neq 0$



$\therefore\ x \in \langle 0; 2\rangle$

Clave E

20 Observa que la expresión irracional siempre es no negativa para:

$2x - 8 \geq 0$

$x \geq 4$

$\therefore$ De donde $x \in [4; +\infty\rangle$

Clave D

21 CVA: $2x^2 + x \geq 0 \Rightarrow x(2x + 1) \geq 0$

$\Rightarrow x \leq -\dfrac{1}{2}\ \vee\ x \geq 0$ ... (α)

Luego: $\underbrace{\sqrt{2x^2 + x}}_{+} \geq \underbrace{1}_{+}$

Elevando al cuadrado, se tiene:

$2x^2 + x \geq 1$

$\Rightarrow 2x^2 + x - 1 \geq 0 \Rightarrow (2x - 1)(x + 1) \geq 0$

Del cual: $x \leq -1\ \vee\ x \geq 1/2$ ... (β)

Intersecando: α y β, resulta:



$\therefore\ x \in \langle -\infty; -1] \cup [1/2; +\infty]$

Clave E

22 CVA: $25 - x^2 \geq 0 \Rightarrow 25 \geq x^2$

$x^2 \leq 25 \Rightarrow -5 \leq x \leq 5$ ... (α)

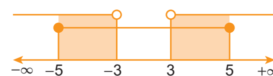
Luego: $\sqrt{25 - x^2} < 4$

Elevando al cuadrado: $25 - x^2 < 16$

$\Rightarrow 9 < x^2$

$x < -3\ \vee\ x > 3$ ... (β)

Intersecando (α) y (β), se tiene:



$\therefore\ x \in [-5; -3\rangle \cup \langle 3; 5]$

Clave D

23 CVA: $4x - 1 \geq 0 \Rightarrow x \geq 1/4$ ... (α)

Es decir, los valores de x son positivos.

Por esto: $\underbrace{\sqrt{4x - 1}}_{(+)} < \underbrace{2x}_{(+)}$

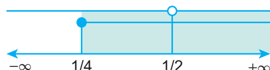
Elevamos al cuadrado: $4x - 1 < 4x^2$



Transponiendo: $4x^2 - 4x + 1 > 0 \Rightarrow (2x-1)^2 > 0$

Del cual: $x \in \mathbb{R} - \{1/2\}$ ... (β)

Intersecando (α) y (β):



$\therefore\ x \in [1/4; +\infty\rangle - \{1/2\}$

Clave A

24 Se tendrá que: $\frac{x}{2} \geq 0 \ \wedge \ \left(\frac{-x}{2} < 2x - 1 < \frac{x}{2}\right)$

$\Rightarrow\ x \geq 0 \ \wedge \ (-x \leq 4x - 2 \leq x)$

$x \geq 0 \ \wedge \ (-x \leq 4x - 2 \ \wedge \ 4x - 2 \leq x)$

$x \geq 0 \ \wedge \ x \geq \frac{2}{5} \ \wedge \ x \leq \frac{2}{3} \Rightarrow x \geq \frac{2}{5} \ \wedge \ x \leq \frac{2}{3}$

$\therefore\ x \in \left[\frac{2}{5}; \frac{2}{3}\right]$

Clave E

25 Por simple inspección de las alternativas y considerando la teoría, se tendrá que:

Si: $a < b \ \wedge \ c < 0 \Rightarrow \frac{a}{c} > \frac{b}{c}$

Clave B

26 Tenemos: $x \in \langle 1; 2\rangle \ \Rightarrow \ 1 < x < 2$

En la expresíon:

$A = \sqrt{x^2 - 4x + 4} + \sqrt{x^2 - 2x + 1}$

$A = \sqrt{(x-2)^2} + \sqrt{(x-1)^2} = |x-2| + |x-1|$

Pero: $-1 < x - 2 < 0 \ \Rightarrow \ (x-2)$ es $(-)$

$0 < x - 1 < 1 \ \Rightarrow \ (x-1)$ es $(+)$

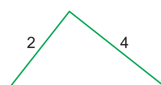
Luego: $A = |x-2| + |x-1|$

$A = -(x-2) + (x-1)$

$\therefore\ A = 1$

Clave B

27



Por la desigualdad entre los lados de un triángulo:

$2 + 4 > a > 4 - 2 \ \Rightarrow \ 6 > a > 2$

a puede ser: 5; 4 ó 3

Los perímetros son:

$6 + 5 = 11$; $6 + 4 = 10$; $6 + 3 = 9$

$\therefore$ La suma de perímetros: $11 + 10 + 9 = 30$ cm

Clave B

Logaritmos

ACTIVIDADES DE RAZONAMIENTO (página 186)

1

$$\frac{\log_{7^1}7^3 + \log_{6^{-1}}6^1}{\log_{2^3}2^6 + \log_{5^{-1}}5^4}$$

$$= \frac{3-1}{2-4} = -1$$

Clave A

2

$(x+1)^2 = 5x + 19$

$x^2 + 2x + 1 = 5x + 19$

$x^2 - 3x - 18 = 0$

$x \quad -6$

$x \quad +3$

$(x-6)(x+3) = 0 \Rightarrow x = 6$

Clave B

3

$E = -\text{colog}_4\{\text{antilog}_2 4\}$

$E = -\text{colog}_4\{2^4\}$

$E = -\text{colog}_4 16$

$E = -(-\log_4 16)$

$E = \log_4 16$

$E = 2$

Clave E

4

$S = \sqrt[3]{-\log_5 0,04 + 5^2}$

$S = \sqrt[3]{-\log_5 1/25 + 25}$

$S = \sqrt[3]{-\log_5 5^{-2} + 25}$

$S = \sqrt[3]{-(-2)\log_5 5 + 25}$

$S = \sqrt[3]{2 + 25}$

$S = \sqrt[3]{27} = 3$

Clave D

5

$\log_{\not a} 64 \,.\, \log_x a = \log_{\not b} c \,.\, \log_x \not b \,.\, \log_c x^6$

$\log_x 64 = \log_x x^6$

$x^6 = 64$

$x = 2$

Clave B

6

$\log_{\not 4x} 9x \,.\, \log_{\not 5x} \not 4x \,.\, \log_3 \not 5x = \log_{2x}(2x)^3$

$\log_3 9x = 3\log_{2x} 2x$

$\log_3 9x = 3$

$9x = 3^3$

$x = 3$

Clave A

7

$\log_3 n^2 - \log_3 n = 3$

$\log_3 \left(\frac{n^2}{n}\right) = 3$

$\log_3 n = 3$

$n = 3^3$

$n = 27$

Clave E

8

$\log x^2 = \log 192 \times 0,75$

$\log x^2 = \log 192 \times \frac{3}{4}$

$\log x^2 = \log 144$

$x^2 = 144$

$x = 12$

Clave B

9

$\log x + \log n = m$

$\log xn = m$

$10^m = xn$

$x = \frac{10^m}{n}$

Clave A

10

$\log_5 \sqrt{300} = \log_5 2 \,.\, 5\sqrt{3}$

$= \log_5 2 + \log_5 5 + \log_5 \sqrt{3}$

$= a + 1 + \log_5 3^{1/2}$

$= a + 1 + \frac{1}{2} b$

Clave D

11

$2x^2 + 15x + 26 = 4^3$

$2x^2 + 15x + 26 = 64$

$2x^2 + 15x - 38 = 0$

$2x \quad +19$

$x \quad -2$

$(2x+19)(x-2) = 0$

$x = -\frac{19}{2} \quad \vee \quad x = 2$

Luego: suma de soluciones $= 2 - \frac{19}{2} = -\frac{15}{2}$

Clave C

12

$1 + 2\log x = \log(x+2)$

$\log 10 + \log x^2 = \log(x+2)$

$\log 10x^2 = \log(x+2)$

$10x^2 = x + 2$

$10x^2 - x - 2 = 0$

Luego, suma de soluciones $= -\frac{(-1)}{10} = \frac{1}{10}$

Clave B

13

$\text{antilog}_x(\text{antilog}_{\sqrt[4]{2}} \,.\, 2^3) = 625$

$\text{antilog}_x(\text{antilog}_{\sqrt[4]{2}} 8) = 625$

$\text{antilog}_x \sqrt[4]{2}^{\,8} = 625$

$\text{antilog}_x 4 = 625$

$x^4 = 625 \;\Rightarrow\; x = 5$

Clave E

14

$\text{colog}_4(\log_2(\log_2^2(\text{antilog}_4 2)))$

$= \text{colog}_4(\log_2(\log_2^2 16))$

$= \text{colog}_4(\log_2 16)$

$= \text{colog}_4 4$

$= -\log_4 4 = -1$

Clave D



REFUERZA PRACTICANDO

NIVEL 1 (página 188)

1 Por propiedad:

$81 = x^4$

$x = \sqrt[4]{3^4}$

$\therefore\ x = 3$

Clave E

2 Por propiedad:

$x = 8^{2/3}$

$x = \sqrt[3]{8^2}$

$x = \sqrt[3]{2^6}$

$\therefore\ x = 4$

Clave A

3 Por propiedad:

$x = \log_{27}9$

$x = \log_{3^3}3^2$

$x = \frac{2}{3} \cdot \log_3 3$

$x = \frac{2}{3} \cdot 1$

$\therefore\ x = \frac{2}{3}$

Clave B

4 Por propiedad:

$\sqrt{2} = x^{1/2}$

$2^{1/2} = x^{1/2}$

$\therefore\ x = 2$

Clave D

5 $\log x = \log\left(\frac{32}{16} \cdot 2^2\right)$

$\therefore\ x = 8$

Clave E

6 $A = \log_2\left(\frac{20}{5} \cdot 8\right)$

$A = \log_2 2^5$

$A = 5 \cdot \log_2 2$

$A = 5 \cdot 1$

$\therefore\ A = 5$

Clave E

7 $\log_4[2 \cdot (3x + 2)] = 3$

$2(3x + 2) = 4^3$

$3x + 2 = 32$

$3x = 30$

$x = 30 \div 3$

$\therefore\ x = 10$

Clave C

8 Por propiedad:

$8x + 7 = 7^3$

$8x = 7(7^2 - 1)$

$8x = 7 \cdot 48$

$x = 7 \cdot 6$

$\therefore\ x = 42$

Clave D

9 Propiedad:

$81 = (2x + 3)^2$

$\sqrt{81} = 2x + 3$

$9 = 2x + 3$

$6 = 2x$

$\therefore\ x = 3$

Clave A

NIVEL 2 (página 188)

10 $\log[(3x - 5) \cdot 6] = \log 8x$

$\Rightarrow (3x - 5) \cdot 6 = 8x$

$18x - 30 = 8x$

$18x - 8x = 30$

$10x = 30$

$\therefore\ x = 3$

Clave E

11 $\log\left[\frac{(x + 3)}{(x - 6)}\right] = 1$

$\Rightarrow \frac{x + 3}{x - 6} = 10^1$

$x + 3 = 10x - 60$

$63 = 9x$

$x = 63 \div 9$

$\therefore\ x = 7$

Clave B

12 $\log x^3 - \log 32 = \log\left(\frac{x}{2}\right);\ x > 0$

$\log \frac{x^3}{32} = \log\left(\frac{x}{2}\right)$

$\Rightarrow \frac{x^3}{32} = \frac{x}{2};\ x > 0$

$x^2 = 16$

$x = \pm 4\ ;\ x > 0$

$\therefore\ x = 4$

Clave E



13 $3 = x^2 + 2x$

$x^2 + 2x - 3 = 0$

x ╲╱ +3
x ╱╲ −1

$x + 3 = 0$

$x - 1 = 0$

$\therefore\ x = \{-3; 1\}$

Clave E

14 $E = \left(5^{1/2}\right)^{2\log_5 x}$

$E = \left(5^{\frac{1}{2}.2}\right)^{\log_5 x}$

$E = 5^{\log_5 x}$

Por propiedad: $a^{\log_a b} = b$

$\Rightarrow\ E = 5^{\log_5 x}$

$\therefore\ E = x$

Clave A

15 $E = \text{antilog}_2\left(\log_2 \sqrt{5}^6\right)$

$E = 2^{\log_2 \sqrt{5}^6}$

$E = \sqrt{5}^6$

$E = 5^3$

$\therefore\ E = 125$

Clave D

16 $\log(35 - x^3) = 3\log(5 - x);\ x < 5 \wedge < \sqrt[3]{35}$

$\log(35 - x^3) = \log(5 - x)^3$

$\Rightarrow\ 35 - x^3 = 5^3 - 3\,.\,5^2\,.\,x + 3\,.\,5\,.\,x^2 - x^3$

$35 = 125 - 75x + 15x^2$

$15x^2 - 75x + 90 = 0$

$x^2 - 5x + 6 = 0$

x ╲╱ −3
x ╱╲ −2

$x - 3 = 0\ \vee\ x - 2 = 0\ ;\ x < \sqrt[3]{35}$

$x = 3\ \vee\ x = 2;\ x < \sqrt[3]{35}$

$\therefore\ x \in \{3; 2\}$

Clave A

17 $\log_2(5x - 2) + \log_2\left(\dfrac{1}{3x - 5}\right)$

$\log_2\left[(5x - 2)\,.\,\dfrac{1}{3x - 5}\right] = 1$

$\dfrac{5x - 2}{3x - 5} = 2^1$

$5x - 2 = 6x - 10$

$6x - 5x = 10 - 2$

$\therefore\ x = 8$

Clave B

18 $\log_2(x + 1)(x - 2) = 2\ ,\ x > 2$

$(x + 1)(x - 2) = 2^2$

$x^2 - 2x + x - 2 = 4$

$x^2 - x - 6 = 0$

x ╲╱ −3
x ╱╲ +2

$x - 3 = 0\ \vee\ x + 2 = 0\ \ ;\ x > 2$

$x = 3\ \vee\ \ x = -2\ ;\ x > 2$

$\therefore\ x = 3$

Clave B

19 $E = 2^2\,.\,2^{\log_2 3} + 3^2\,.\,3^{\log_3 4}$

$E = 4\,.\,(3) + 9\,.\,(4)$

$E = 12 + 36$

$\therefore\ E = 48$

Clave A

NIVEL 3 (página 189)

20 $A = \dfrac{1 + \dfrac{\log 3}{\log 2}}{1 - \dfrac{\log 3}{\log 2}} + \dfrac{1 + \dfrac{\log 2}{\log 3}}{1 - \dfrac{\log 2}{\log 3}}$

$A = \dfrac{\dfrac{\log 2 + \log 3}{\log 2}}{\dfrac{\log 2 - \log 3}{\log 2}} + \dfrac{\dfrac{\log 3 + \log 2}{\log 2}}{\dfrac{\log 3 - \log 2}{\log 2}}$

$A = \dfrac{\log 2 + \log 3}{\log 2 - \log 3} + \dfrac{\log 2 + \log 3}{-(\log 2 - \log 3)}$

$\therefore\ A = 0$

Clave D

21 $E = \log_{3^{1/3}}\left(3^{\frac{1}{\sqrt{3}}}\right) - 3^{\log_{2^2}(2)}$

$E = \dfrac{\dfrac{1}{\sqrt{3}}}{\dfrac{1}{3}}\log_3 3 - 3^{\frac{1}{2}\log_2 2}$



$E = \frac{3}{\sqrt{3}} . (1) - 3^{\frac{1}{2} . 1}$

$E = \frac{3}{\sqrt{3}} . \left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}\right) - \sqrt{3}$

$E = \frac{3}{3} . \sqrt{3} - \sqrt{3}$

$\therefore\ E = 0$

Clave D

22 Por propiedad:

$\log_2 4 . 4^2 . 4^3 ... 4^n = \log_2 4^6$

$4^{1+2+3+...+n} = 4^6$

$\Rightarrow \frac{n(n+1)}{2} = 6$

$n(n+1) = 3 \times 4$

$\therefore\ n = 3$

Clave A

23 $\log_4[\log_3(\log_2 x)] = 0$

$\log_3(\log_2 x) = 4^0 = 1$

$\log_2 x = 3^1 = 3$

$x = 2^3$

$\therefore\ x = 8$

Clave E

24 $\log x^{\log x} + \log x - 6 = 0$

$\log x . \log x + \log x - 6 = 0$

$(\log x)^2 + \log x - 6 = 0$

Si: $\log x = z$

$\Rightarrow\ z^2 + z - 6 = 0$

$z \quad +3$

$z \quad -2$

$z + 3 = 0 \quad \vee \quad z - 2 = 0$

$z = -3 \quad \vee \quad z = 2$

$\downarrow \qquad \downarrow$

$\log x = -3 \quad \vee \quad \log x = 2$

$x_1 = 10^{-3} \quad \wedge \quad x_2 = 10^2$

$\therefore\ x_1 . x_2 = 10^{-3} . 10^2 = 0,1$

Clave B

25 $\frac{10^x + 10^{-x}}{10^x - 10^{-x}} = 3$

$10^x + 10^{-x} = 3 . 10^x - 3 . 10^{-x}$

$4 . 10^{-x} = 2 . 10^x$

$2 . 10^{-x} = 10^x$

$2 = \frac{10^x}{10^{-x}}$

$2 = 10^{2x}$

$\log 2 = \log(10^{2x})$

$\log 2 = 2x . \log 10$

$\frac{\log 2}{2} = x . (1)$

$\therefore\ x = \frac{1}{2}\log 2$

Clave D

26 $E = \text{colog}_6 \left[8^{\log_2 3 + 1}\right]$

$E = \text{colog}_6 \left[8^{\log_2 3} . 8^1\right]$

$E = \text{colog}_6 \left[2^{\log_2 27} . 8\right]$

$E = \text{colog}_6[27 . 8]$

$E = \log_6 \left[\frac{1}{27 . 8}\right]$

$E = \log_6(6^{-3})$

$E = -3\log_6 6 = (-3) . 1$

$\therefore\ E = -3$

Clave B

27 Resolviendo:

$\frac{1}{\frac{\log 7}{\log(x-2)}} + \frac{1}{\frac{\log 7}{\log(x+1)}} = \log_7 4$

$\frac{\log(x-2)}{\log 7} + \frac{\log(x+1)}{\log 7} = \frac{\log 4}{\log 7}$

$\log(x-2)(x+1) = \log 4$

$\Rightarrow (x-2)(x+1) = 4$

$x^2 + x - 2x - 2 = 4$

$x^2 - x - 6 = 0$

$x \quad -3$

$x \quad +2$

$x - 3 = 0 \ \vee\ x + 2 = 0$

$x = 3 \ \vee \ x = -2$ ...(1)

Además, las bases son mayores que cero:

$x - 2 > 0 \ \wedge\ x + 1 > 0$

$x > 2 \ \wedge \ x > -1$

$\Rightarrow\ x > 2$ ... (2)

De (1) y (2) obtenemos la solución:

$\therefore\ x = 3$

Clave D

28 Dato:

$\log_{m.n} m = 3$ ... (1)

$\log_{m.n} m . n = 1$

$\log_{m.n} m + \log_{m.n} n = 1$

$\downarrow$

$3 + \log_{m.n} n = 1$

$\log_{m.n} n = -2$ ... (2)

Nos piden:

$E = \log_{m.n} \frac{\sqrt{n^3}}{\sqrt[3]{m^7}}$

$E = \log_{m.n} \sqrt{n^3} - \log_{m.n} \sqrt[3]{m^7}$

$E = \log_{m.n} n^{3/2} - \log_{m.n} m^{7/3}$

$E = \frac{3}{2}\log_{m.n} n - \frac{7}{3}\log_{m.n} m$

Reemplazando (1) y (2):

$E = \frac{3}{2}(-2) - \frac{7}{3}(3);$

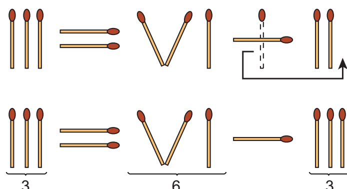
$E = -3 - 7$

$\therefore\ E = -10$

Clave B

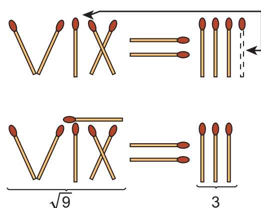
ACTIVIDADES DE RAZONAMIENTO (página 196)

1 Se debe mover 1 palito.



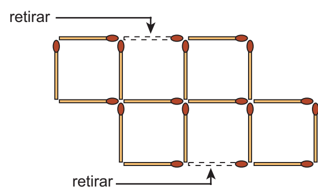
Clave A

2 Se debe mover 1 palito.



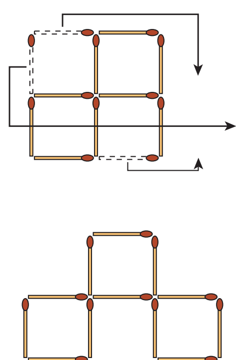
Clave E

3 Se deben retirar 2 palitos.



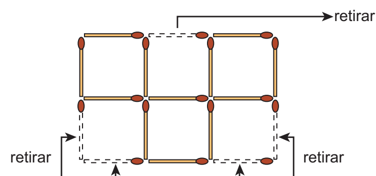
Clave B

4 Se deben mover 3 palitos.



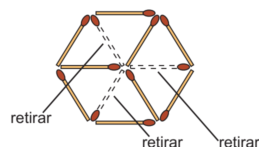
Clave C

5 Se deben retirar 5 palitos.



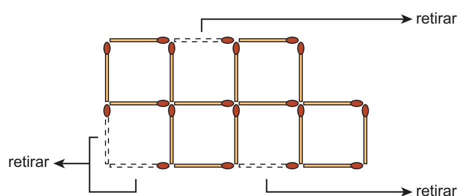
Clave C

6 Se deben retirar 3 palitos.



Clave D

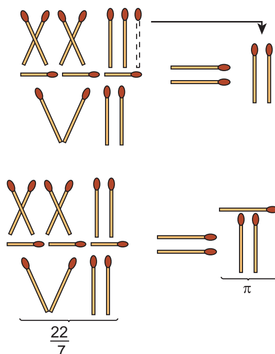
7 Se deben retirar 4 palitos.



Clave A

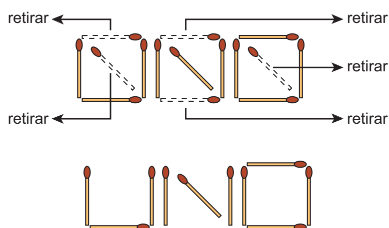


8 Se debe mover 1 palito.



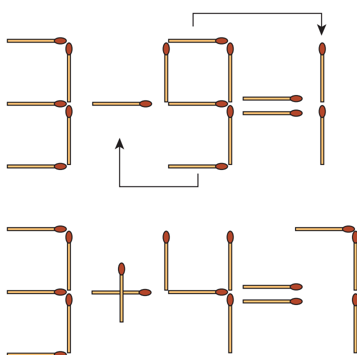
Clave B

9 Se deben retirar 5 palitos.



Clave D

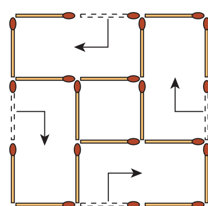
10

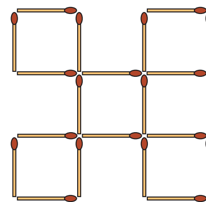


Se mueven 2 cerillos.

Clave D

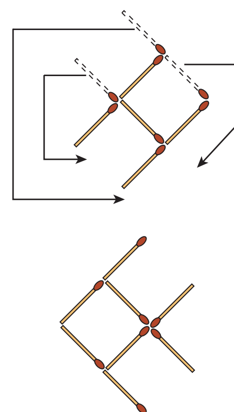
11 Se deben cambiar 4 palitos.





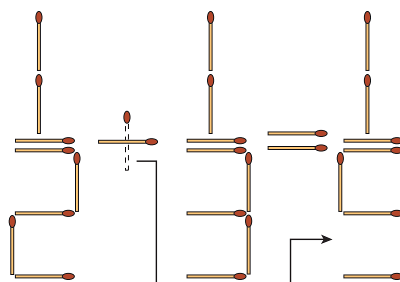
Clave B

12 Se deben mover 3 palitos.

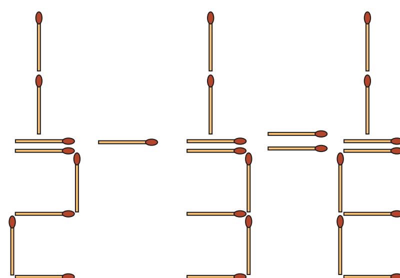


Clave C

13 Se deben cambiar de lugar 1 palito.



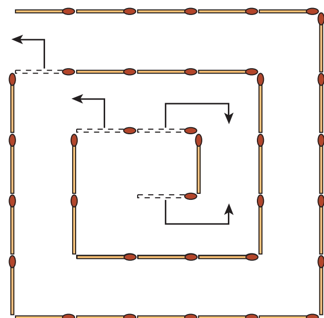
Luego se obtiene:



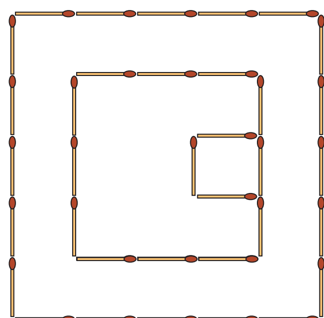
Clave D



14 Se deben cambiar 4 palitos.



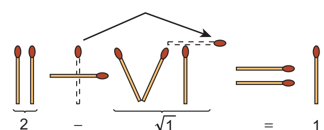
Finalmente se obtiene:



Clave D

REFUERZA PRACTICANDO
NIVEL 1 (página 198)

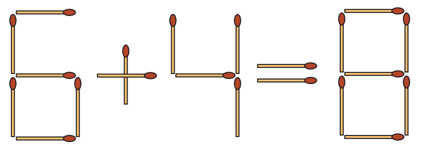
1 Resolviendo:



∴ Se debe mover 1 palito.

Clave A

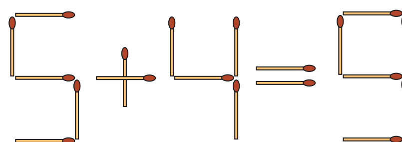
2 En la expresión observamos que el primer miembro es 2 más que el segundo.



Retirando un cerillo se puede conseguir que disminuya en 1.

Retirando un cerillo se puede conseguir que aumente en 1.

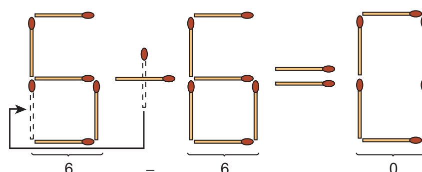
Entonces, ahora la igualdad se verifica.



∴ Se deben retirar como mínimo dos cerillos.

Clave C

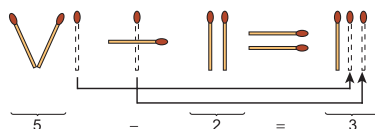
3



∴ Se debe mover como mínimo 1 cerillo

Clave D

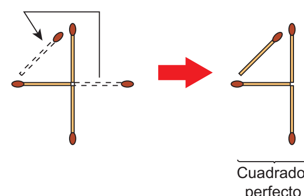
4



∴ Se deben mover 2 cerillos.

Clave B

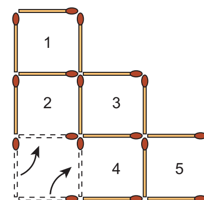
5



∴ Se debe mover 1 cerillo.

Clave E

6

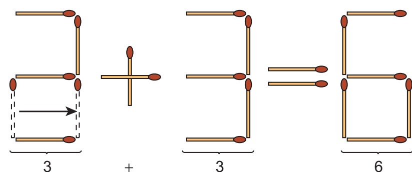


∴ Debo mover 2 palitos como mínimo.

Clave A



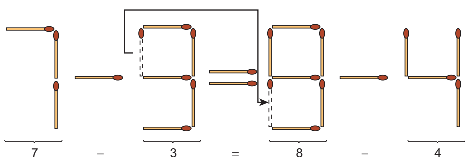
7



∴ Se moverá 1 cerillo.

Clave E

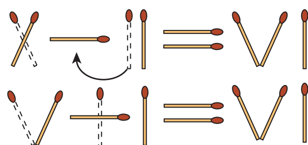
8



∴ Se moverá un solo cerillo.

Clave D

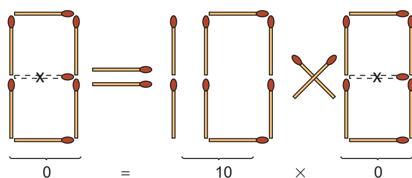
9



∴ Se moverán 2 palitos.

Clave E

10

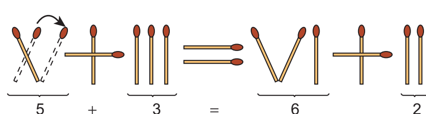


∴ Se quitarán 2 cerillos.

Clave C

NIVEL 2 (página 199)

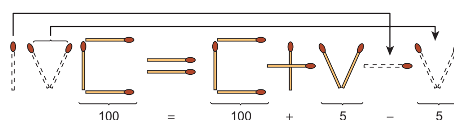
11



∴ Se moverá 1 palillo.

Clave E

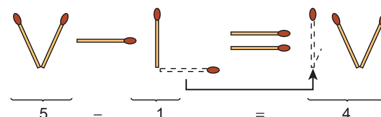
12



∴ Se moverán 3 cerillos.

Clave A

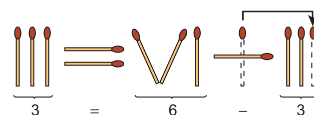
13



∴ Se moverá 1 palito.

Clave C

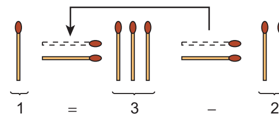
14



∴ Se moverá 1 palito.

Clave D

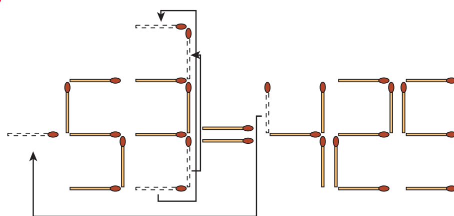
15



∴ Se moverá 1 palito.

Clave E

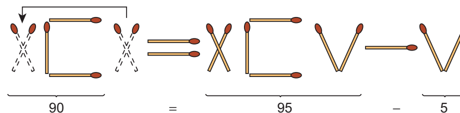
16



∴ Se moverán 3 cerillos.

Clave B

17

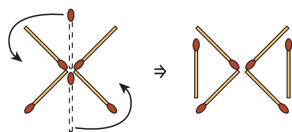


∴ Se moverán 2 palitos.

Clave C

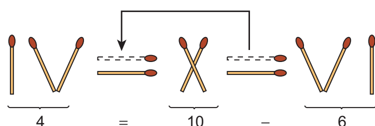


18



∴ Se moverán 2 cerillos. **Clave D**

19

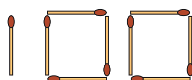


∴ Se moverá 1 cerillo.

Clave B

NIVEL 3 (página 200)

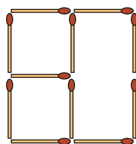
20



∴ Se agregan 5 cerillos.

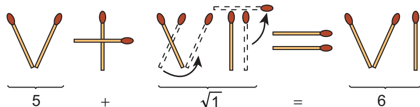
Clave D

21



∴ Se debe quitar 1 cerillo. **Clave C**

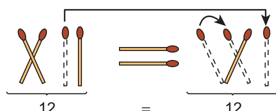
22



∴ Se deben mover 2 cerillos.

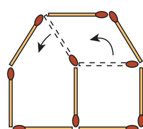
Clave E

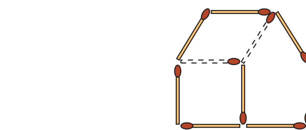
23



∴ Se moverán 2 palitos. **Clave C**

24

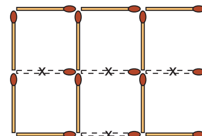




∴ Se moverán 2 palitos.

Clave B

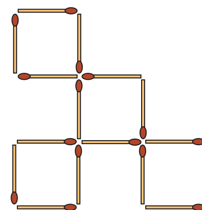
25



∴ Se deben retirar como mínimo 4 cerillos.

Clave C

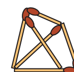
26



∴ Se deben quitar 8 cerillos.

Clave A

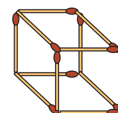
27 Se debe pensar en una figura en tres dimensiones:



∴ Para un tetraedro regular, se necesitan 6 cerillos.

Clave E

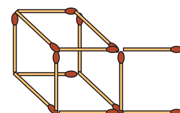
28 Se foma un cubo:



∴ Se forman 6 cuadrados iguales.

Clave D

29 Formaremos un cubo:



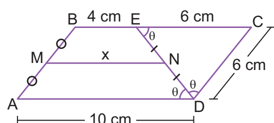
∴ Total de cuadrados: $6 + 1 = 7$ **Clave B**

ACTIVIDADES DE RAZONAMIENTO (página 210)

1 $m\angle ADE = m\angle DEC$ (alternos internos)

ΔDEC es isósceles EC = DC = 6 cm

$\Rightarrow$ BE = 10 – 6 = 4 cm



$\overline{MN}$ es base media del ⏢ABED (MN = x)

$$x = \frac{4+10}{2}$$

$\therefore$ x = 7 cm

Clave E

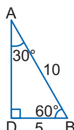
2 El triángulo BAC es isósceles:

$m\angle BCA = m\angle BAC$

En el triángulo ⊿ADB:

$\theta + 2\theta = 90°$

$\Rightarrow \theta = 30°$



El ΔADB es notable de 30° y 60°.

$\therefore$ DB = 5 cm

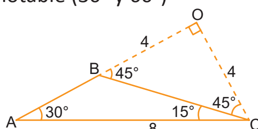
Clave E

3 El triángulo ⊿AOC es notable (30° y 60°)

$\Rightarrow$ OC = 4

El triángulo ⊿BOC es notable (45° y 45°).

$\therefore$ BC = $4\sqrt{2}$ u



Clave C

4 ΔCDE y ΔAFD son triángulos equilateros.

ABCD es un cuadrado.

ΔFDE es isósceles

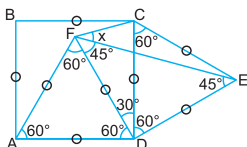
$\Rightarrow m\angle DEF = m\angle DFE = 45°$

ΔFDC es isósceles.

$\Rightarrow m\angle DFC = 75°$

x + 45° = 75°

$\therefore$ x = 30°



Clave C

5 ΔOPT es isósceles

$\Rightarrow m\angle OTP = m\angle OPT$

Además:

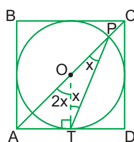
$m\angle AOT = x + x = 2x$

⊿ATO es isósceles

$m\angle AOT = 45°$

$\Rightarrow 2x = 45°$

$\therefore$ x = 22,5°



Se traza $\overline{OT} \perp \overline{AD}$

Clave B

6 Convenientemente trazamos la altura BH

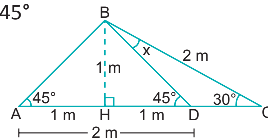
⊿BHC, notable de 30° y 60°

$\Rightarrow$ BH = 1

⊿BHA es notable de 45°

$\Rightarrow$ AH = 1 m

HD = 2 – 1 = 1 m



Observamos que el ⊿BHP es notable de 45°.

$\Rightarrow$ 30° + x = 45°

$\therefore$ x = 15°

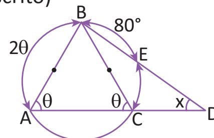
Clave E

7 ΔABC es isósceles

$m\angle BAC = m\angle BCA = \theta$

$m\overset{\frown}{AB} = m\overset{\frown}{BC} = 2\theta$ (áng. inscrito)

Luego: $m\overset{\frown}{EC} = 2\theta - 80°$



Por propiedad del ángulo exterior tenemos:

$$x = \frac{m\overset{\frown}{AB} - m\overset{\frown}{EC}}{2} = \frac{2\theta - (2\theta - 80°)}{2} \quad \therefore x = 40°$$

Clave E

8 Sabemos:

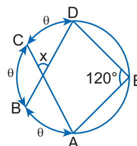
$m\overset{\frown}{AB} = m\overset{\frown}{BC} = m\overset{\frown}{CD} = \theta$

Por propiedad del ángulo inscrito:

$$m\angle AED = \frac{m\overset{\frown}{AD}}{2}$$

$$120° = \frac{\theta + \theta + \theta}{2}$$

$\theta = 80°$



Por propiedad del ángulo interior tenemos:

$$x = \frac{m\overset{\frown}{CD} + m\overset{\frown}{BA}}{2} = \frac{\theta + \theta}{2} = \frac{80° + 80°}{2}$$

$\therefore$ x = 80°

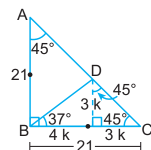
Clave D

9 Del gráfico:

4k + 3k = 21

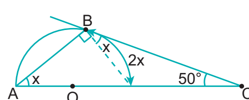
7k = 21 $\Rightarrow$ k = 3

Piden: BD = 5k = 5(3) = 15



Clave D

10



50° + 2x = 90°

2x = 40°

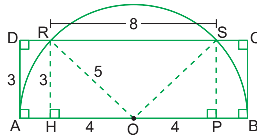
x = 20°

$\Rightarrow m\angle ABC = 90° + 20° = 110°$

Clave D



11



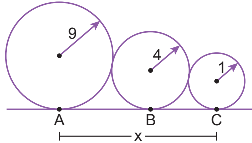
OR: radio

AB = 2(OR)

AB = 2(5)

AB = 10 **Clave B**

12



Por propiedad de relaciones métricas:

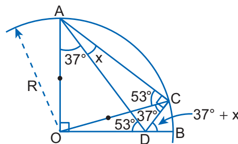
$AB = 2\sqrt{9\ .\ 4} = 12$

$BC = 2\sqrt{4\ .\ 1} = 4$

$\Rightarrow x = AB + BC = 12 + 4 = 16$

Clave D

13



Trazamos convenientemente $\overline{OC}$

En el cuadrilátero AODC:

$m\angle O + m\angle C = 180°$

$\therefore$ ⏢AODC es inscriptible

$\Rightarrow\ m\angle ODA = m\angle OCA = 53°$

ΔAOC es isósceles, pues

AO = OC = R

$\Rightarrow\ 37° + x = 53°$

$\therefore x = 8°$

Clave C

14 Aplicando teorema de Poncelet a los triángulos ABC y BCD:

AB + BD = AD + 2R

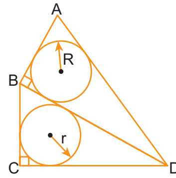
BC + CD = BD + 2r (+)

AB + BC + BD + CD = AD + BD + 2(r + R)

AB + BC + CD = AD + 2(r + R) ...(1)

Dato: AD = BC + CD ...(2)

AB = 28 ...(3)



Reemplazando (2) y (3) en (1):

28 + BC + CD = BC + CD + 2(r + R)

28 = 2(r + R)

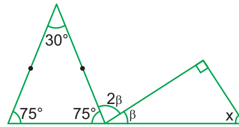
$\therefore$ r + R = 14

Clave A

REFUERZA PRACTICANDO

NIVEL 1 (página 212)

1



$\beta + 2\beta + 75° = 180°$

$3\beta = 105°$

$\beta = 35°$

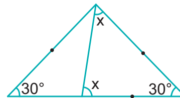
$x + \beta = 90°$

$x + 35° = 90°$

$x = 55°$

Clave C

2



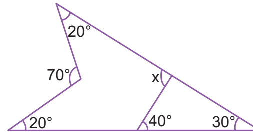
$x + x + 30° = 180°$

$2x = 150°$

$\therefore\ x = 75°$

Clave D

3

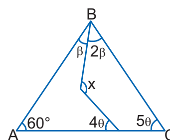


$x = 40° + 30°$

$\therefore\ x = 70°$

Clave B

4



$5\theta = 60° \Rightarrow \theta = 12°$

$3\beta = 60° \Rightarrow \beta = 20°$

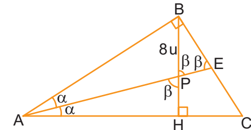
$x = 60° + \beta + 4\theta$

$x = 60° + 20° + 4(12°)$

$x = 128°$

Clave E

5

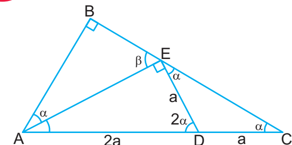


En el ΔPBE: $m\angle BPE = m\angle BEP$

entonces: BP = BE = 8 u

Clave A

6



En el ◺AED: ED = a; AD = 2a

entonces: $m\angle EAD = 30°$

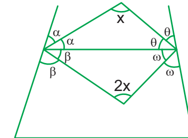
$2\alpha + 30° = 90°$

$2\alpha = 60°$

$\alpha = 30°$

Clave D

7



$2\alpha + 2\beta = 180°$

$\alpha + \beta = 90°$

$2\theta + 2\omega = 180°$

$\theta + \omega = 90°$

$\underbrace{\alpha + \beta}_{90°} + \underbrace{\theta + \omega}_{90°} + 3x = 360°$

$x = 60°$

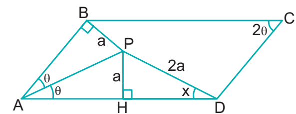
Clave D

8 I. V II. F

III. V IV. V

Clave A

9



En el ◺PHD: PH = a; PD = 2a

entonces x = 30°.

Clave C



10 En el ΔABC notable de 37° y 53°:

$AB = 18 = 3(6)$
$BC = 24 = 4(6)$
$AC = 5(6) = 30$

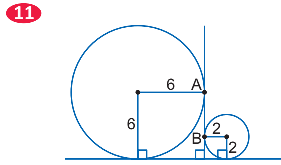
Por T. Poncelet:

$AB + BC = AC + 2r$
$18 + 24 = 30 + 2r$
$12 = 2r$
$r = 6$

Clave B

NIVEL 2 (página 213)

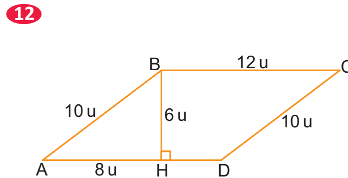
11



$AB = 6 - 2 = 4$ u

Clave E

12



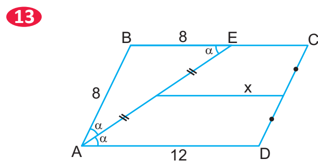
En el ⊿AHB es notable de 37° y 53°

$AH = 8$ u

entonces $HD = 12 - 8 = 4$ u

Clave C

13



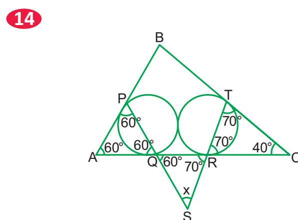
En el ΔABE: $AB = BE = 8$ cm
$EC = 12 - 8 = 4$ cm

Luego:

$$x = \frac{AD + EC}{2} = \frac{12 + 4}{2} = 8 \text{ cm}$$

Clave A

14

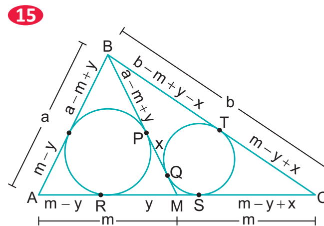


En el ΔQRS:

$x + 60° + 70° = 180°$
$x = 50°$

Clave A

15



Dato: $b - a = 12$
$AM = MC = m$

Además:

$MS = y - x$
$QM = y - x$

Del gráfico:

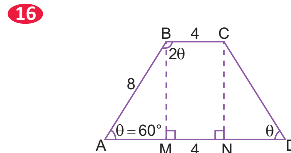
$BQ = BT$
$a - m + y + x = b - m + y - x$
$2x = b - a$

$$x = \frac{b - a}{2} = \frac{12}{2}$$

$\therefore\ x = 6$ u

Clave E

16



$\theta + 2\theta = 180°$
$3\theta = 180°$
$\theta = 60°$

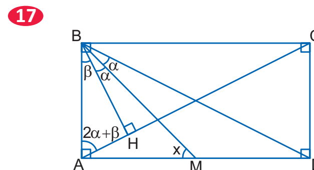
⊿AMB: $AM = 4$
⊿CND: $ND = 4$

Luego:

$AD = AM + MN + ND$
$AD = 4 + 4 + 4 = 12$

Clave B

17

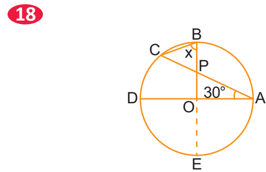


⊿AHB: $2\alpha + \beta + \beta = 90°$
$2\alpha + 2\beta = 90°$
$\alpha + \beta = 45°$

⊿BAM: $x + \alpha + \beta = 90°$
$x + 45° = 90°$
$x = 45°$

Clave E

18

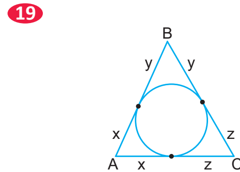


$m\overset{\frown}{CD} = 2m\angle A = 2(30°) = 60°$

$$x = \frac{m\overset{\frown}{CDE}}{2} = \frac{60° + 90°}{2} = 75°$$

Clave D

19

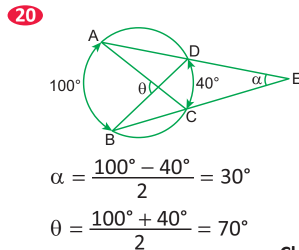


$x + y = 18$
$y + z = 19$ (+)
$x + z = 17$

$2(x + y + z) = 54$
$x + y + z = 27$ cm

Clave A

20



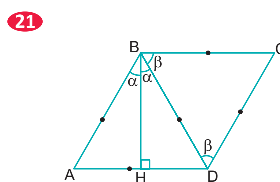
$$\alpha = \frac{100° - 40°}{2} = 30°$$

$$\theta = \frac{100° + 40°}{2} = 70°$$

Clave D

NIVEL 3 (página 214)

21



En el ΔABD; $\overline{BH}$ es altura y bisectriz, entonces: $AB = BD$

En el ΔBCD: $BD = BC = CD$ (equilátero)

Entonces: $\beta = 60°$

Clave E



22

$4x + 5x = 90°$
$9x = 90°$
$x = 10°$

Clave A

23

En el paralelogramo ABCD:
$m\angle EAB = m\angle DCB$
$\Rightarrow m\angle ECB = x$
En el ΔEBC isósceles:
BC = BE = 8 m

Clave B

24

$$\theta + \frac{53°}{2} + \frac{53°}{2} = 90°$$
$$\theta + 53° = 90°$$
$$\theta = 37°$$

Clave A

25

En el ⏢OPQO' (trapecio) se cumple:

$$x = \frac{ab + ba}{a + b} \qquad \therefore x = \frac{2ab}{a + b}$$

Clave E

26

Del gráfico:
$\overline{C_2P} \perp \overleftrightarrow{L_2}$
$\overline{C_1P} \perp \overleftrightarrow{L_1}$
Suma de ángulos agudos: $60° + 60° = 120°$

Clave C

27

$m\overset{\frown}{AT} = 2x$
$\Rightarrow m\angle TBA = x$
$m\angle BTC = 90° - x$
En el ΔBTC: $40° + 90° - x = x$
$130° = 2x$
$x = 65°$

Clave C

28

$m\overset{\frown}{AB} = 2m\angle A$
$m\overset{\frown}{AB} = 160°$
$\Rightarrow m\angle AOB = 160°$
$m\angle AOC = 20°$

$$\therefore x = \frac{m\overset{\frown}{AC}}{2} = \frac{20°}{2} = 10°$$

Clave E

29

Por dato: $BP = \dfrac{QC}{2}$

Por propiedad, la altura relativa a la hipotenusa en el ◺QPC mide: $\dfrac{QC}{4} = \dfrac{4k}{4} = k$

En el ◺BNP: $m\angle NBP = 30°$

En el cuadrilátero BACP:
$30° + 2\theta + 15° = 90°$
$$\theta = \frac{45°}{2}$$

Clave D

30

Sea: $AO = 2x \wedge OC = 2a$

$\Rightarrow BN = a\sqrt{3}$

$$NP = \frac{\sqrt{3}}{2}(x - a)$$

En el ◺BPM:

$$\frac{a\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}(x - a)} = \frac{2}{5}$$

$$5a\sqrt{3} = x\sqrt{3} - a\sqrt{3}$$
$$5a = x - a$$
$$x = 6a$$

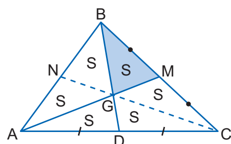
En el ◺BRO:
$2^2 = x^2 + \left(a\sqrt{3}\right)^2$
$4 = (6a)^2 + 3a^2$
$4 = 39a^2$
$$a = \frac{2}{\sqrt{39}}$$

$$\therefore AO = 2x = 12a = \frac{24}{\sqrt{39}} = \frac{8\sqrt{39}}{13}\text{ cm}$$

Clave C

ACTIVIDADES DE RAZONAMIENTO (página 222)

1



Trazamos la otra mediana ($\overline{CN}$), entonces G es baricentro del ΔABC.

Por dato: $\underbrace{A_{\Delta ABC}}_{} = 66\ m^2$

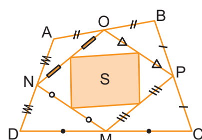
$6S = 66$

$S = 11\ m^2$

Por lo tanto, el área de la región sombreada mide $11\ m^2$.

Clave B

2



Aplicando la propiedad:

$S = \dfrac{A_{\square CNYL}}{2}$

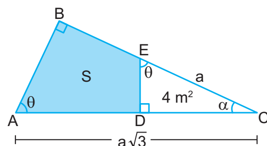
En el problema:

$S = \dfrac{A_{\square MNOP}}{2} = \dfrac{\frac{A_{\square ABCD}}{2}}{2}$

$\Rightarrow S = \dfrac{A_{\square ABCD}}{4} = \dfrac{64}{4}$ $\quad \therefore S = 16\ m^2$

Clave A

3



$\Delta ABC \sim \Delta DEC$

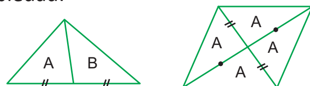
$\dfrac{4}{S+4} = \dfrac{a^2}{(a\sqrt{3})^2} = \dfrac{a^2}{3a^2}$

$4.3 = S + 4$

$12 = S + 4 \Rightarrow S = 8\ m^2$

Clave C

4 Por propiedad:



$\Rightarrow A = B$

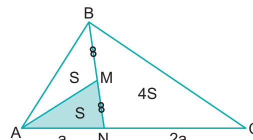
Entonces:

$\Rightarrow 16S = 72$

$S = 4,5$

Clave A

5 Por relación de áreas:

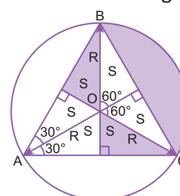


Nos piden: $\dfrac{A_{\Delta AMN}}{A_{\Delta ABC}} = \dfrac{S}{6S} = \dfrac{1}{6}$

$\therefore \dfrac{A_{\Delta AMN}}{A_{\Delta ABC}} = \dfrac{1}{6}$

Clave E

6 Por relación de áreas en el triángulo.



Como ΔABC es equilátero: O es baricentro y circuncentro.

El área sombreada es equivalente al $A_{\triangle BOC}$.

Sea:

$A_{\triangle BOC} = A_1 = \dfrac{120° \,.\, \pi R^2}{360°} = \dfrac{\pi R^2}{3}$

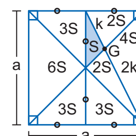
$A_{\odot} = A_2 = \pi R^2$

Piden: $\dfrac{A_1}{A_2} = \dfrac{\frac{\pi R^2}{3}}{\pi R^2} = \dfrac{\pi R^2}{3\pi R^2} = \dfrac{1}{3}$

$\therefore \dfrac{A_1}{A_2} = \dfrac{1}{3}$

Clave B

7



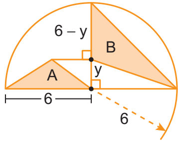
$24S = A_{\square} = a^2$

$\Rightarrow S = \dfrac{a^2}{24}$

Clave B



8



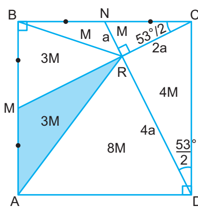
$$A + B = \frac{6\,.\,y}{2} + \left(\frac{6-y}{2}\right).\,6$$

$$= 3y + 18 - 3y$$

$$A + B = 18\ m^2$$

Clave C

9



Dato: $A_{\square ABCD} = 20$

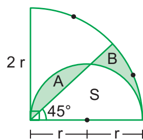
Entonces: $20M = 20$

$M = 1$

$\therefore\ A_{\triangle MAR} = 3\ cm^2$

Clave C

10



Del gráfico:

$$S + A = \frac{\pi(r)^2}{2} = \frac{\pi r^2}{2} \qquad ...(1)$$

$$S + B = \frac{45°.\pi(2r)^2}{360°} = \frac{\pi r^2}{2} \qquad ...(2)$$

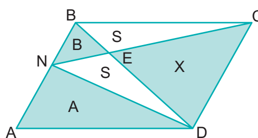
$\Rightarrow S + A = S + B$

$A = B$

$\therefore\ \frac{A}{B} = 1$

Clave A

11 Por dato ABCD es un paralelogramo.



Del gráfico: NBCD es un trapecio.

Por relación de áreas en el trapecio:

$A_{\triangle NED} = A_{\triangle BEC} = S$

Por relación de áreas en el paralelogramo:

$A_{\triangle ABD} = A_{\triangle BDC}$

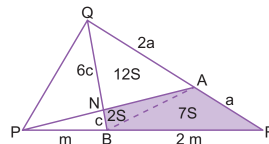
$A + B + S = S + X$

$A + B = X$

$\therefore X = A + B$

Clave C

12



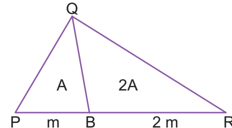
Por el teorema de Menelao:

$(AR)(QN)(PB) = (QA)(NB)(PR)$

$(a)(QN)(m) = (2a)(NB)(3m)$

$QN = 6(NB)$

Por relación de áreas:



$A_{\triangle PQR} = 210$

$3A = 210$

$A = 70$

Del anterior gráfico: $2A = 21S$

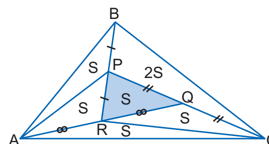
$2(70) = 21S \Rightarrow S = \frac{20}{3}$

Nos piden el área sombreada:

$9S = 9\left(\frac{20}{3}\right) = 60\ m^2$

Clave C

13 Por relación de áreas en el triángulo:



Por dato: $\underbrace{A_{\triangle ABC}}_{7S} = 28\ m^2$

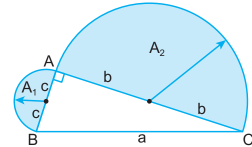
$7S = 28$

$S = 4$

Por lo tanto, el área sombreada mide $4\ m^2$.

Clave A

14



$A = A_1 + A_2$

$$A = \frac{\pi c^2}{2} + \frac{\pi b^2}{2} = \frac{\pi}{2}(b^2 + c^2)$$

Por Pitágoras:

$a^2 = (2b)^2 + (2c)^2 = 4(b^2 + c^2)$

$$\frac{a^2}{4} = b^2 + c^2$$

Por lo tanto:

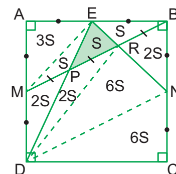
$$A = \frac{\pi}{2}\left(\frac{a^2}{4}\right) \Rightarrow A = \left(\frac{\pi}{8}\right)a^2$$

Clave D

REFUERZA PRACTICANDO

NIVEL 1 (página 224)

1



Se cumple: MP = PR = RB

Completamos las demás áreas en función del área sombreada.

Además:

- $A_{\triangle BAM} = A_{\triangle DCN}$
- $A_{\triangle MAE} = A_{\triangle NBE}$

$\Rightarrow A_{\triangle NRB} = 2S$

$\Rightarrow NR = 2ER \ \wedge\ A_{\triangle DNR} = 2A_{\triangle DRE}$

Por dato: $\underbrace{A_{\square}}_{} = 480\ m^2$

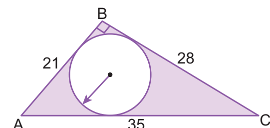
$24S = 480$

$S = 20\ m^2$

Por lo tanto, el área sombreada mide $20\ m^2$.

Clave C

2 Por Pitágoras: BC = 28





Por Poncelet:

$21 + 28 = 35 + 2r$

$14 = 2r$

$\Rightarrow r = 7$ m

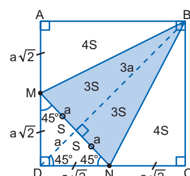
$A_{somb.} = A_{\triangle ABC} - A_{\odot}$

$A_{somb.} = \dfrac{21 \times 28}{2} - \pi(7)^2 = 294 - 49\pi$

$\therefore A_{somb.} = 49(6 - \pi)$ m^2

Clave D

3



Del gráfico, la diagonal es: 4a

Por dato:

$\underbrace{A_{somb.}}_{6S} = 30$ m^2

$6S = 30$

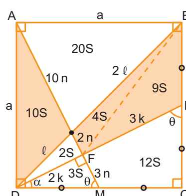
$S = 5$

Nos piden el área del cuadrado ABCD:

$\Rightarrow 16S = 16(5) = 80 \therefore A_{\square} = 80$ m^2

Clave E

4



Del gráfico:

$A_{\square} = 60S$

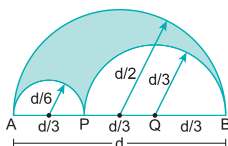
$a^2 = 60S \Rightarrow S = \dfrac{a^2}{60}$

Piden el área sombreada: 23S

$\Rightarrow 23S = 23\left(\dfrac{a^2}{60}\right) \Rightarrow 23S = \dfrac{23a^2}{60}$ m^2

Clave C

5



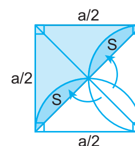
$A_{somb.} = \dfrac{\pi}{2}\left(\dfrac{d}{2}\right)^2 - \left[\dfrac{\pi}{2}\left(\dfrac{d}{6}\right)^2 + \dfrac{\pi}{2}\left(\dfrac{d}{3}\right)^2\right]$

$= \dfrac{\pi d^2}{8} - \left[\dfrac{\pi d^2}{72} + \dfrac{\pi d^2}{18}\right]$

$= \dfrac{\pi d^2}{8} - \dfrac{5\pi d^2}{72} = \dfrac{\pi d^2}{18}$

Clave E

6 Particionando la figura en cuatro partes simétricas, y analizando una de ellas, tenemos:



Entonces esta parte sombreada es equivalente al área del triángulo:

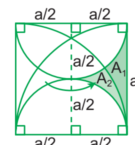
$A_{somb.} = \dfrac{\left(\dfrac{a}{2}\right)\left(\dfrac{a}{2}\right)}{2} = \dfrac{a^2}{8}$

Como son cuatro las partes simétricas, entonces el área total sombreada será 4 veces esta región.

$\therefore A_{total\ somb.} = 4(A_{somb.}) = 4\left(\dfrac{a^2}{8}\right) = \dfrac{a^2}{2}$

Clave B

7



Del gráfico:

$A_1 + A_2 + \dfrac{\pi\left(\dfrac{a}{2}\right)^2}{4} + \dfrac{\pi\left(\dfrac{a}{2}\right)^2}{4} = a\left(\dfrac{a}{2}\right)$

$A_1 + A_2 + \dfrac{\pi a^2}{16} + \dfrac{\pi a^2}{16} = \dfrac{a^2}{2}$

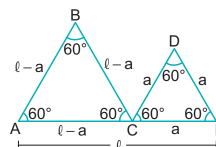
$A_1 + A_2 + \dfrac{\pi a^2}{8} = \dfrac{a^2}{2}$

$A_1 + A_2 = \dfrac{a^2}{2} - \dfrac{\pi a^2}{8}$

$\therefore A_1 + A_2 = \dfrac{a^2}{8}(4 - \pi)$

Clave B

8



$A_{\Delta CDE} = \dfrac{1}{4}A_{\Delta ABC}$

$\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4} = \dfrac{1}{4}(\ell - a)^2\dfrac{\sqrt{3}}{4}$

$4a^2 = (\ell - a)^2$

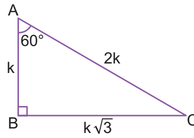
$(2a)^2 = (\ell - a)^2$

$2a = \ell - a;\ a = \ell/3$

Clave B



9



$k + 2k + k\sqrt{3} = P$

$3k + k\sqrt{3} = P$

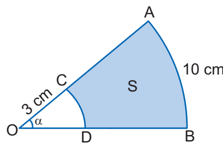
$k(3 + \sqrt{3}) = P$

$$k = \frac{P}{(3 + \sqrt{3})}$$

Piden: $2k = \dfrac{2P}{(3+\sqrt{3})} \cdot \dfrac{(3-\sqrt{3})}{(3-\sqrt{3})} = \dfrac{(3-\sqrt{3})P}{3}$

Clave E

10



Dato: $S_{\triangle COD} = 9\ cm^2$

Sea: $DB = AC = m$

$m\angle AOB = \alpha$

$\Rightarrow S_{\triangle COD} = 9$

$\frac{1}{2}\alpha(3)^2 = 9 \Rightarrow \alpha = 2$ rad

Calculo de m: $(3+m)\alpha = 10$

$\Rightarrow m = 2$

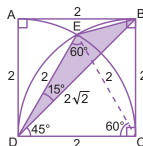
Nos piden: $S = S_{\triangle AOB} - S_{\triangle COD}$

$S = \frac{1}{2}(2)(5)^2 - 9 \qquad \therefore\ S = 16\ cm^2$

Clave A

NIVEL 2 (página 225)

11



Por la fórmula trigonométrica:

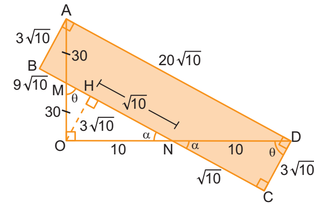
$$A_{\Delta EDB} = \frac{2(2\sqrt{2})}{2}.\text{sen}15^\circ = 2\sqrt{2}\,\frac{(\sqrt{6}-\sqrt{2})}{4}$$

$$A_{\Delta EDB} = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{6}-\sqrt{2})}{2} = \frac{2\sqrt{3}-2}{2} = \sqrt{3}-1$$

$\therefore A_{\Delta EDB} = (\sqrt{3}-1)\ cm^2$

Clave B

12



Por Pitágoras: $AO = 60$ m $\wedge MN = 10\sqrt{10}$

El $\triangle OHN \cong \triangle DCN \Rightarrow CD = 3\sqrt{10}$

Piden el área del rectángulo: $A_{\square}$

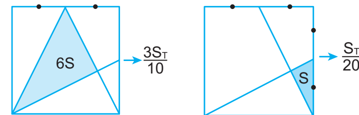
$A_{\square} = (20\sqrt{10})(3\sqrt{10}) = 20 \times 10 \times 3$

$A_{\square} = 600\ m^2$

Clave C

13 Hay que recordar:

En un cuadrado, se cumple:



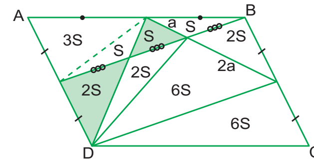
S_T: área total del cuadrado

Entonces, sea $S_T = 20S$

$$\frac{A_S}{S_T} = \frac{7S}{20S} = \frac{7}{20}$$

Clave C

14



Por dato: $A_{\square} = 240\ m^2$

$24S = 240$

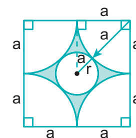
$S = 10$

Nos piden: $3S = 3(10) = 30\ m^2$

Por lo tanto, el área sombreada mide $30\ m^2$.

Clave D

15



Del gráfico: $a\sqrt{2} = a + r \Rightarrow r = a\sqrt{2} - a$

$A_{somb.} = A_{\square} - 4A_{\triangle} - A_{\odot}$

$$A_{somb.} = (2a)^2 - 4\left(\frac{\pi a^2}{4}\right) - \pi\left(a\sqrt{2} - a\right)^2$$



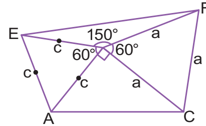
$A_{somb.} = 4a^2 - \pi a^2 - \pi a^2(3 - 2\sqrt{2})$

$A_{somb.} = 4a^2 - 4\pi a^2 + 2\sqrt{2}\,\pi a^2$

$\therefore\ A_{somb.} = 2a^2(2 - 2\pi + \pi\sqrt{2})\ m^2$

Clave B

16



Dato: $A_{\Delta ABC} = 32$

$\frac{ac}{2} = 32 \Rightarrow ac = 64$ ...(1)

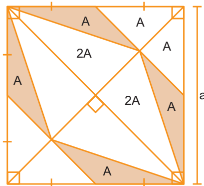
Por condición del problema: $A_{\Delta EBF} = kA_{\Delta ABC}$

$\frac{ac}{2}\ \text{sen}150° = k(32)$

$\frac{64}{2}\frac{1}{2} = k(32)$ $\therefore\ k = \frac{1}{2}$

Clave E

17



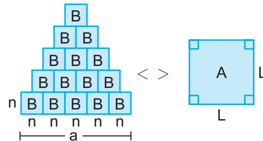
Del gráfico:

$8A = \frac{a^2}{2}$

$\therefore\ 4A = \frac{a^2}{4}$

Clave B

18



$\Rightarrow$ Se deduce: $15B = A$

$15(n^2) = L^2$ ...(1)

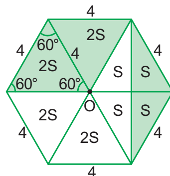
Además: $5n = a \Rightarrow n = \frac{a}{5}$ ...(2)

Reemplazando (2) en (1):

$15\left(\frac{a}{5}\right)^2 = L^2 \Rightarrow L^2 = \frac{3a^2}{5}$ $\therefore L = \frac{a\sqrt{15}}{5}$ m

Clave A

19



Del gráfico: $2S = \frac{4^2\sqrt{3}}{4} \Rightarrow S = 2\sqrt{3}$

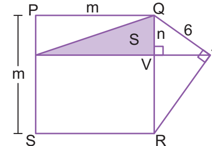
Piden el área no sombreada: 6S

$\Rightarrow 6S = 6(2\sqrt{3}) = 12\sqrt{3}\ cm^2$

Clave B

20 Sean: $PQ = PS = m$

también: $QV = n$



Nos piden:

$S = \frac{m.n}{2}$ ...(I)

Pero en el ΔQTR por propiedad de triángulo rectángulo:

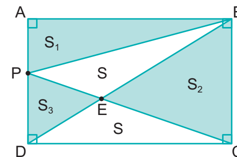
$6^2 = m\ .\ n$ ...(II)

Reemplazamos (II) en (I): $S = \frac{36}{2} = 18\ cm^2$

Clave D

NIVEL 3 (página 227)

21



Del gráfico: DPBC es un trapecio.

Por relación de áreas en el trapecio:

$A_{\Delta DEC} = A_{\Delta PEB} = S$

Como ABCD es un rectángulo, entonces:

$A_{\triangle DAB} = A_{\triangle BCD}$

$S_1 + S_3 + S = S + S_2$

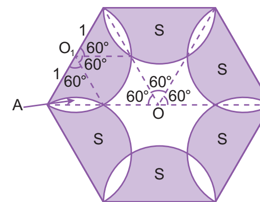
$S_3 = S_2 - S_1$

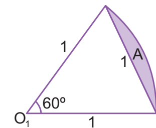
Por dato: $S_2 = 21\ m^2 \wedge S_1 = 12\ m^2$

$\therefore\ S_3 = 21 - 12 = 9\ m^2$

Clave C

22 La figura presenta simetría, entonces:





$A = A_{\text{sector}} - A_{\Delta}$

$A = \frac{60°\ .\ 1^2\ .\ \pi}{360°} - \frac{1^2\ .\ \sqrt{3}}{4}$

$A = \frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{4}$ ...(1)

También:

$$\Rightarrow S + 4A = \frac{\pi(1)^2}{2}$$

$$S + 4A = \frac{\pi}{2} \quad ...(2)$$

Reemplazando (1) en (2):

$$S + 4\left(\frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{4}\right) = \frac{\pi}{2}$$

$$S = \sqrt{3} - \frac{\pi}{6}$$

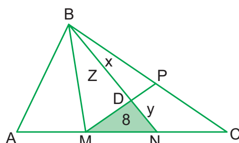
Nos piden: 6S

$$\Rightarrow 6S = 6\left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{6}\right) = 6\sqrt{3} - \pi$$

Por lo tanto, el área sombreada mide $\left(6\sqrt{3} - \pi\right)$ m^2.

Clave D

23



Por teorema de Menelao:

$(3m)(x)(n) = (5m)(y)(2n)$

$3x = 10y$

$\frac{x}{y} = \frac{10}{3}$

$A_{sombreada} = 8 \text{ cm}^2$

Por propiedad: $\frac{Z}{8} = \frac{x}{y} \Rightarrow \frac{Z}{8} = \frac{10}{3}$

$Z = \frac{80}{3}$

Luego:

$A_{\Delta ABC} = 3A_{\Delta MBN}$

$A_{\Delta ABC} = 3(Z + 8) = 3\left(\frac{80}{3} + 8\right) = 3\left(\frac{104}{3}\right)$

$A_{\Delta ABC} = 104 \text{ cm}^2$

Clave A

24

$$\Rightarrow A = \frac{b \cdot h_2}{2}$$

$$B = \frac{b \cdot h_1}{2} \quad (+)$$

$$\Rightarrow A + B = \frac{b(h_1 + h_2)}{2} \quad \Rightarrow A + B = \frac{b(h)}{2} \quad ...(1)$$

Pero también, el $A_{\square} = b \cdot h$

$A + B + 50 = b \cdot h \quad ...(2)$

Reemplazando (2) en (1):

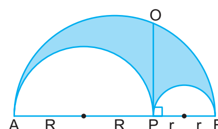
$$A + B = \frac{A + B + 50}{2}$$

$2(A + B) = A + B + 50 \quad \Rightarrow A + B = 50$

Por lo tanto, el área de la región sombreada mide 50 m^2.

Clave C

25



Por relaciones métricas en el triángulo rectángulo:

$(OP)^2 = (2R)(2r) = 4Rr$

$4^2 = 4Rr$

$\Rightarrow Rr = 4 \quad ...(1)$

Del gráfico:

$$A_{somb.} = \frac{\pi(R + r)^2}{2} - \frac{\pi R^2}{2} - \frac{\pi r^2}{2}$$

$$A_{somb.} = \frac{\pi}{2}(R^2 + 2Rr + r^2 - R^2 - r^2)$$

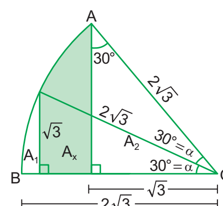
$$A_{somb.} = \frac{\pi}{2}(2Rr) = \pi Rr \quad ...(2)$$

Reemplazando (1) en (2):

$\therefore \; A_{somb.} = \pi(4) = 4\pi \text{ m}^2$

Clave C

26



$$A_2 = \frac{3 \times \sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

$$A_1 = A_{\triangle} - A_{\triangle} = \frac{30^\circ\left(2\sqrt{3}\right)^2 \pi}{360^\circ} - \frac{3 \times \sqrt{3}}{2}$$

$$A_1 = \pi - \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

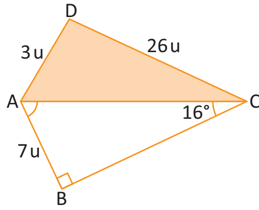
Se cumple:

$$A_1 + A_x + A_2 = \frac{60^\circ\left(2\sqrt{3}\right)^2 \pi}{360^\circ}$$

$$\pi - \frac{3\sqrt{3}}{2} + A_x + \frac{3\sqrt{3}}{2} = 2\pi \quad \therefore \; A_x = \pi \text{ m}^2$$

Clave D

27



⊿ABC notable de 16° y 74°:

$\therefore AC = 25$

ΔADC (Fórmula de Herón)

$P = \dfrac{3 + 26 + 25}{2} \Rightarrow p = 27$

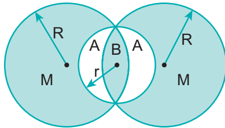
Luego: $A_{\Delta ADC} = \sqrt{27(27-3)(27-26)(27-25)}$

$A_{\Delta ADC} = \sqrt{27.24.2}$

$\therefore A_{\Delta ADC} = 36\ u^2$

Clave E

28



Del gráfico:

$$2A + B = \pi r^2$$

$$\Rightarrow A = \frac{\pi r^2 - B}{2}$$

$$M + A + B = \pi R^2$$

$$M + \frac{\pi r^2 - B}{2} + B = \pi R^2$$

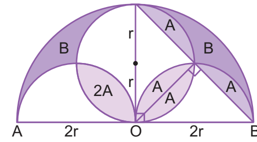
$$2M + \pi r^2 - B + 2B = 2\pi R^2$$

$$2M + B = 2\pi R^2 - \pi r^2$$

$$\therefore 2M + B = \pi(2R^2 - r^2)$$

Clave B

29



Del gráfico: $2A + B = \dfrac{\pi(2r)^2}{4} - \dfrac{(2r)(2r)}{2}$

$2A + B = \pi r^2 - 2r^2$

Nos piden: $4A + 2B = 2(2A + B)$

$\Rightarrow 2(2A + B) = 2(\pi r^2 - 2r^2) = 2\pi r^2 - 4r^2$

Por dato: $4r = 6 \Rightarrow r = \dfrac{3}{2}$

$A_{sombreada} = 2(2A + B) = 2\pi\left(\dfrac{3}{2}\right)^2 - 4\left(\dfrac{3}{2}\right)^2$

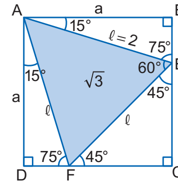
$\therefore A_{sombreada} = \dfrac{9}{2}(\pi - 2)\ m^2$

Clave D

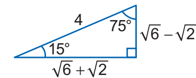
30 Del problema:

$\sqrt{3} = \dfrac{1}{4}\ell^2\sqrt{3}$

$\ell = 2$



Recordando el ⊿de 15° y 75°:



De lo anterior: $a = \dfrac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{2}$

$S_{ABCD} = a^2$

$\therefore S_{ABCD} = 2 + \sqrt{3}$

Clave B

ACTIVIDADES DE RAZONAMIENTO (página 235)

1 $(x+4)(x+3)(x+2)! = 5040$
$\Rightarrow (x+4)! = 5040 = 7!$
$\Rightarrow x+4 = 7$
$x = 3$

Clave E

2 $R = \dfrac{359!}{358!} + \dfrac{2010!}{2009!} + \dfrac{3!}{2!}$

$R = \dfrac{359 \times 358!}{358!} + \dfrac{2010 \times 2009!}{2009!} + \dfrac{3 \times 2!}{2!}$

$R = 359 + 2010 + 3$
$R = 2372$

Clave D

3 $L = \dfrac{7!-6!}{5!} + \dfrac{6!-5!}{4!} + \dfrac{5!-4!}{3!} + \ldots + \dfrac{2!-1!}{0!}$

$L = \dfrac{7\times6\times5!-6\times5!}{5!} + \dfrac{6\times5\times4!-5\times4!}{4!} + \dfrac{5\times4\times3!-4\times3!}{3!} + \ldots + 1$

$L = 6\times6+5\times5+4\times4+3\times3+2\times2+1$
$L = 91$

Clave E

4 $120 \times 120^{24!} = 5!^{(4!)}! \times (5+x)!$
$120 \times 120^{24!} = 120^{24!} \times (5+x)!$
$120 = (5+x)!$
$5! = (5+x)!$
$\Rightarrow x = 0$
$\therefore (x+2)! = 2! = 2$

Clave C

5 $C_3^4 = \dfrac{4!}{1!3!} = 4$

Clave A

6

4 blusas	6 faldas
⇓	⇓
1 roja	1 morada
⇓	⇓
3 blusas	5 faldas

$3 \times 5 = 15 \quad \Rightarrow 15 + 1 = 16$

Clave A

7 $C_4^{10} = 210$ ensaladas

Clave A

8 $C_3^8 = 56$

Clave B

9 Importa el orden:
5 banderolas y señales con 2 banderolas.

$P_2^5 = \dfrac{5!}{(5-2)!} = 20$

Clave B

10 Con 5 notas diferentes se pueden componer:
$5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$ melodías.

Clave B

11 De 1 cifra: $P_1^4 = \dfrac{4!}{3!} = 4$

De 2 cifras: $P_2^4 = \dfrac{4!}{2!} = 4 \times 3 = 12$

De 3 cifras: $P_3^4 = \dfrac{4!}{1!} = 4 \times 3 \times 2 = 24$

$\Rightarrow 4 + 12 + 24 = 40$

Clave C

12 16 equipos y formar 5 primeros puestos
Si Cienciano sale siempre campeón
⇒ Quedan 15 equipos y 4 puestos restantes.
$\Rightarrow P_4^{15} = 32\,760$

Clave A

13 $C_2^5 + C_3^5 + C_4^5 = 25$

Clave A

14 8 miembros = 5H + 3M

$C_5^{10} \times C_3^5 = 252 \times 10 = 2520$

Clave C

REFUERZA PRACTICANDO

NIVEL 1 (página 237)

1 Lima → Piura
8 líneas aéreas
6 líneas terrestres
4 rutas marítimas
Como se pueden utilizar solo una ruta:
$8 + 6 + 4 = 18$

Clave C

2 6 pantalones
4 camisas
3 pares de zapatos
$\Rightarrow 6 \times 4 \times 3 = 72$ formas de vestir

Clave D

3 Ruta de A a B (directo) = 4
Ruta de A a B pasando por $C = 3 \times 4 = 12$
$\Rightarrow 12 + 4 = 16$

Clave C

4 $10 < \overline{ab} < 100$
↓ ↓
$8 \times 7 = 56$ números

Clave B

5 $C_6^8 = 28$

Clave C

6 10 participantes y elegir a los 4 primeros lugares.
$P_4^{10} = 5040$

Clave A

7 Intercambiando el orden de sus elementos:
$P_8 = 8!$

Clave B

8 Importa el orden:
$P_3^7 = 210$

Clave E



9 CREMA ordenamientos diferentes:
(5 letras) = 5! = 120

Clave B

10 6 teclas de un piano
Se eligen 3 simultáneamente.
$P_3^6 = 120$

Clave D

NIVEL 2 (página 238)

11 5 personas ubicadas en 5 asientos:
$P_5 = 5! = 120$

Clave D

12 10 invitados en 2 grupos de 5.
$C_5^{10} = 252$

Clave E

13 De 6 frutas preparar ensaladas de 3 frutas.
$\Rightarrow C_3^6 = 20$

Clave C

14 Cifras: 1; 2; 3; 4; 5 y 7 ⇒ 6 cifras forman 4 números de cifras diferentes.
$$\Rightarrow P_4^6 = \frac{6!}{(6-4)!} = 360$$

Clave D

15 4 personas se ubican en 7 asientos. Importa el orden:
$P_4^7 = 840$

Clave E

16 Importa el orden:
$P_3^6 = \underbrace{6 \times 5 \times 4}_{\text{3 factores}} = 120$

Clave C

17 n = 5
k = 2 (director y subdirector)
$P_2^5 = \underbrace{5 \times 4}_{\text{2 factores}} = 20$

Clave B

18 Para el timón hay solo 2 posibilidades: 2
Luego quedan 5 asientos para que se sienten las 3 personas restantes: P_3^5
$\therefore$ Total $= P_3^5 \times 2 = 120$

Clave C

19 12 equipos
⇒ Partidos en total con 2 ruedas:
$C_2^{12} \times 2 = 132$

Clave E

20 5 personas en:
1.° 2.° 3.° 4.° 5.°
□ □ □ □ □ □ □
libres, juntos
⇒ Se pueden sentar de:
6! = 720 formas

Clave D

NIVEL 3 (página 238)

21 18 equipos
$C_2^{18} = 153$ ⇒ Como los partidos son de ida y vuelta:
$2 \times 153 = 306$

Clave D

22 Como un punto es el vértice fijo, debemos unir con dos puntos de los 11 puntos restantes.
$$C_2^{11} = \frac{11 \times 10}{2} = 55$$
Pueden formarse de 55 maneras.

Clave A

23 BLANQUIAZUL (11 letras)
⇒ Permutación con repetición:
$$P_{2;2;2}^{11} = \frac{11!}{2! \times 2! \times 2!} = \frac{11!}{8}$$

Clave C

24

M M H H H H

Tomamos como elemento fijo al asiento vacío y a sus costados las chicas pueden ubicarse de 2 maneras diferentes.

$P_2 \,.\, PC_4 = 48$

Clave B

25 Existen 4 posiciones diferentes para sentarse en una mesa circular.
$PC_{(4)} = (4-1)! = 3!$
Luego, las 3 integrantes siempre juntas también pueden alterar en su posición.
⇒ 3!
$\therefore$ Total $= PC_{(4)} \times 3! = 3! \times 3! = 36$

Clave D

26
1.ª preg 2.ª preg 3.ª preg ... 10.ª preg
$\underbrace{2! \times 2! \times 2! \times \ldots \times 2!}_{\text{10 veces}}$
$= 2!^{10} = 2^{10} = 1024$

Clave C

27 Del enunciado se deduce que una persona debe recibir 2 premios y las demás un premio cada una. Luego, esto se da de $C_2^4 = 6$ maneras, pero como son premios diferentes, el número total de maneras es:
$3! \times C_2^4 = 6 \times 6 = 36$

Clave A

28 Realizar señales con 5 banderas diferentes.
$P_1^5 + P_2^5 + P_3^5 + P_4^5 + P_5^5$
5 + 20 + 60 + 120 + 120 = 325

Clave D

29 Las maneras que se pueden tomar cuatro de ellas es:
4 pares: 1 manera.
2 pares y 2 impares: $C_2^4 \times C_2^4 = 36$ maneras
4 impares: 1 manera
Por lo tanto:
Existen 38 maneras diferentes de tomar cuatro de ellas.

Clave C

30 Elegir:
2 ingenieros de los 5 ingenieros.
2 arquitectos de los 4 arquitectos.
$\Rightarrow C_2^5 \times C_2^4 = 60$

Clave B

Probabilidades

ACTIVIDADES DE RAZONAMIENTO (página 244)

1 $A = \{3\}; n(A) = 1; P(A) = \frac{1}{6}$

$B = \{4\}; n(B) = 1; P(B) = \frac{1}{6}$

$\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\} \Rightarrow n(\Omega) = 6$

Como: $A \cap B = \varnothing$

$\Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

$P(A \cup B) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$

Clave D

2 $A = \{2; 3; 5\}; n(A) = 3; P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

$B = \{S\}; n(B) = 1; P(B) = \frac{1}{2}$

Como ocurren simultáneamente, entonces:

$P(A \cap B) = P(A) . P(B) = \frac{1}{2} . \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

Clave E.

3 $P(C) = x \Rightarrow$ probabilidad de ganar de "C"

$P(B) = 2x$

$P(A) = 4x$

Luego: $\Rightarrow P(C) + P(B) + P(A) = 1$

$\Rightarrow x + 2x + 4x = 1$

$\Rightarrow x = \frac{1}{3} \quad \therefore P(C) = \frac{1}{3}$

Clave A

4 1.er dado 2.° dado

$6 \times 6 = 36$ resultados

Clave C

5 $\Omega = \{CC; CS; SC; SS\}$

A: obtener sello aunque sea una vez.

$A = \{CS; SC; SS\}$

$\Rightarrow n(A) = 3 \quad \therefore P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{3}{4}$

Clave C

6 B A R

{6; 8; 7}

R: extraer un lapicero rojo

$\Rightarrow n(R) = 7$

$n(\Omega) = 6 + 8 + 7 = 21 \quad \therefore P(R) = \frac{n(R)}{n(\Omega)} = \frac{7}{21} = \frac{1}{3}$

Clave A

7 Obtener un tornillo: C_1^3

Obtener una tuerca: C_1^3

Obtener un tornillo y una tuerca: C_2^6

Por lo tanto, la probabilidad de sacar un tornillo y una tuerca es:

$$P = \frac{C_1^3 \times C_1^3}{C_2^6}$$

$$P = \frac{\left(\frac{3!}{2! \times 1!}\right)\left(\frac{3!}{2! \times 1!}\right)}{\left(\frac{6!}{4! \times 2!}\right)} = \frac{3 \times 3}{\frac{6 \times 5}{2}}$$

$P = \frac{9}{15}$

Clave E

8 A: obtener dos caras y 1 sello

$A = \{CCS; CSC; SCC\} \Rightarrow n(A) = 3$

El espacio muestral (Ω) debe tener:

$2 \times 2 \times 2 = 8$ elementos

Es decir: $n(\Omega) = 8 \quad \therefore P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{3}{8}$

Clave E

9 3 peruanos

3 bolivianos

5 colombianos

A: el colombiano llega 1.°

$P(A) = \frac{\text{casos a favor}}{\text{casos totales}} = \frac{5}{11}$

Dado que llegó un colombiano primero, quedan todavía 10 participantes en carrera.

B: el peruano llega 2.°

$P(B/A) = \frac{\text{casos a favor}}{\text{casos totales}} = \frac{3}{10}$

$\therefore P(A \cap B) = P(A) . P(B/A) = \frac{5}{11} \times \frac{3}{10} = \frac{3}{22}$

Clave B

10 $\Omega = \{(1; 1), (1; 2), (1; 3), (1; 4), (1; 5), (1; 6), (2; 1), (2; 2), (2; 3), (2; 4), (2; 5), (2; 6), (3; 1), (3; 2), (3; 3), (3; 4), (3; 5), (3; 6), (4; 1), (4; 2), (4; 3), (4; 4), (4; 5), (4; 6), (5; 1), (5; 2), (5; 3), (5; 4), (5; 5), (5; 6), (6; 1), (6; 2), (6; 3), (6; 4), (6; 5), (6; 6)\}$

$n(\Omega) = 36$

A: obtener 10 puntos

$A = \{(4; 6), (5; 5), (6; 4)\}$

$\Rightarrow n(A) = 3 \quad \therefore P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$

Clave B

11 A: 1.° que llegue sea hombre

B: 2.° que llegue sea hombre

C: 3.° que llegue sea hombre

3 mujeres + 4 hombres = 7 hijos

$P(A) = \frac{4}{7}$

3 mujeres + 3 hombres = 6 hijos

$P(B/A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

3 mujeres + 2 hombres = 5 hijos

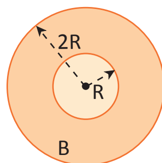


$P(C/A \cap B) = \frac{2}{5}$

$\therefore P(A) \,.\, P(B/A) \,.\, P(C/A \cap B) = \frac{4}{7} \times \frac{1}{2} \times \frac{2}{5} = \frac{4}{35}$

Clave E

12



Ω: la canica cae en el círculo mayor

B: la canica cae en el círculo mayor, pero no dentro del círculo menor.

Se observa que el número de elementos del suceso es directamente proporcional al área.

$n(\Omega)$ DP $\pi(2R)^2 = 4\pi R^2$

$n(B)$ DP $(4\pi R^2 - \pi R^2) = 3\pi R^2$

$\therefore P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{3}{4} = 0{,}75$

Clave A

13 A = {(1; 2), (1; 3), (1; 4), (1; 5), (1; 6), (1; 7), (1; 8), (1; 9), (2; 3), (2; 4), (2; 5), (2; 6), (2; 7), (2; 8), (2; 9), (3; 4), (3; 5), (3; 6), (3; 7), (3; 8), (3; 9), (4; 5), (4; 6), (4; 7), (4; 8), (4; 9), (5; 6), (5; 7), (5; 8), (5; 9), (6; 7), (6; 8), (6; 9), (7; 8), (7; 9), (8; 9)}

$\Rightarrow n(\Omega) = 36$

A: al escoger 2 números la diferencia positiva entre ellos es 3.

A = {(1; 4), (2; 5),(3; 6), (4; 7), (5; 8), (6; 9)}

$\Rightarrow n(A) = 6$

$\therefore P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

Clave A

14 Obtener un tornillo: C_1^3 Obtener una tuerca: C_1^3

Obtener un tornillo y una tuerca: C_2^6

Por lo tanto, la probabilidad de sacar un tornillo y una tuerca es:

$$P = \frac{C_1^3 \times C_1^3}{C_2^6}$$

$$P = \frac{\left(\frac{3!}{2! \times 1!}\right)\left(\frac{3!}{2! \times 1!}\right)}{\left(\frac{6!}{4! \times 2!}\right)} = \frac{3 \times 3}{\frac{6 \times 5}{2}} = \frac{9}{15}$$

Clave E

REFUERZA PRACTICANDO

NIVEL 1 (página 246)

1 ε: se lanzan dos dados al aire

Ω = {(1; 1), (1; 2), (1; 3), (1; 4), (1; 5), (1; 6), (2; 1), (2; 2), (2; 3), (2; 4), (2; 5), (2; 6), (3; 1), (3; 2), (3; 3), (3; 4), (3; 5), (3; 6), (4; 1), (4; 2), (4; 3), (4; 4), (4; 5), (4; 6), (5; 1), (5; 2), (5; 3), (5; 4), (5; 5), (5; 6), (6; 1), (6; 2), (6; 3), (6; 4), (6; 5), (6; 6)}

$n(\Omega) = 36$

A: la suma de puntos es 7.

A = {(1;6),(2;5),(3;4),(4;3),(5;2),(6;1)}

$n(A) = 6$

$\therefore P(A) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$ **Clave C**

2 n.° de casos favorables = 18

$\therefore P = \frac{18}{36} = \frac{1}{2}$ **Clave D**

3 n.° de casos favorables = 12

$\therefore P = \frac{12}{36} = \frac{1}{3}$

Clave E

4 ε: se lanzan 2 monedas

Ω = {(S; C), (C; S), (C; C), (S; S)}

$n(\Omega) = 4$

A: salen dos caras = {(C; C)}

$n(A) = 1 \;\; \therefore P = \frac{1}{4}$ **Clave A**

5 n.° de casos favorables = 1

$\therefore P = \frac{1}{4}$ **Clave B**

6 n.° de casos favorables = 2

$\therefore P = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

Clave C

7 Si se saca una papeleta:

$\therefore P = \frac{8}{20} = \frac{2}{5}$ **Clave C**

8 Si se extraen dos paletas una tras otra:

$\therefore P = 1 - \frac{12}{20} \cdot \frac{11}{19} = \frac{62}{95}$

Clave A

9 $\Omega = \{0; 1; 2; 3; ...; 20\} \Rightarrow n(\Omega) = 21$

A: nota impar menor que 14.

$A = \{1; 3; 5; 7; 9; 11; 13\} \Rightarrow n(A) = 7$

$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{7}{21} = \frac{1}{3}$ **Clave B**

10 $n(\Omega) = 280$

A: obtener múltiplos de 4: 5 y 6

Múltiplos de 4; 5 y 6 en la sucesión:

$A = \{60; 120; 180; 240\} \Rightarrow n(A) = 4$

$\therefore P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{4}{280} = \frac{1}{70}$

Clave C



NIVEL 2 (página 247)

11 A: extraer una esfera azul

$n(A) = 3$

$n(\Omega) = 4 + 3 + 2 = 9$

$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

Piden:

$P(A') = 1 - \frac{1}{3}$ $\therefore P(A') = \frac{2}{3}$ **Clave D**

12 A: salga un sello

A = {CCCS; CCCSC; CCSCC; CSCCC; SCCCC}

$\Rightarrow n(A) = 5$

$n(\Omega) = 2^5 = 32$ $\therefore P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{5}{32}$

Clave D

13 A: obtener un resultado en el 1.er dado mayor que el resultado del segundo dado.

A = {(2; 1), (3; 1), (3; 2), (4; 1), (4; 2), (4; 3), (5; 1), (5; 2), (5; 3), (5; 4), (6; 1), (6; 2), (6; 3), (6; 4), (6; 5)}

$n(A) = 15$

$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{15}{6 \times 6} = \frac{15}{36}$ $\therefore P(A) = \frac{5}{12}$

Clave A

14 Es un experimento con reposición.

$n(\Omega) = 1 + 1 + 1 = 3$

A: sacar una tarjeta verde.

$n(A) = 1$

Por lo tanto, la probabilidad de que en la primera y la segunda vez saque una tarjeta verde es:

$P(A) \,.\, P(A) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$

Clave A

15 ε: escribir un número de dos cifras.

$\Omega = \{10; 11; 12; ...; 99\} \Rightarrow n(\Omega) = 90$

A: el número sea múltiplo de 12.

A = {12; 24; 36; 48; 60; 72; 84; 96}

$n(A) = 8 \therefore P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{8}{90} = \frac{4}{45}$ **Clave A**

16 A: 1.ª sea de color rojo

B: 2.ª sea de color azul

Total de esferas: $7 + 3 + 4 = 14$

$P(A) = \frac{7}{14} = \frac{1}{2}$

Quedan: $6 + 3 + 4 = 13$ esferas

$P(B/A) = \frac{4}{13}$

Por lo tanto, la probabilidad que la 1.ª sea roja y la 2.ª azul es: $P(A) \,.\, P(B/A) = \frac{1}{2} \times \frac{4}{13} = \frac{2}{13}$

Clave B

17 A: obtener números diferentes

1.er 2.° 3.er 4.° 5.°

$n(A) = 6 \,.\, 5 \,.\, 4 \,.\, 3 \,.\, 2 = 720$

Casos totales $= 6^5 = 7776$

$\therefore P(A) = \frac{720}{7776} = \frac{5}{54}$ **Clave A**

18 Sean: A: obtener una cara.

B: obtener un número par.

Donde: $A = \{C\} \Rightarrow n(A) = 1$

$P(A) = \frac{1}{2}$

$B = \{2; 4; 6\} \Rightarrow n(B) = 3$

$P(B) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

Como son eventos independientes, la probabilidad de obtener una cara y un número par es:

$P(A \cap B) = P(A) \,.\, P(B) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ **Clave B**

19 3 hermanas + 3 amigos = 6 personas

Las hermanas siempre deben estar juntas, entonces se les considera como un solo elemento:

Tendremos una permutación de 4 elementos:

$4! = 24$

Pero hay que tener en cuenta que las hermanas pueden permutar de lugar, así tendremos:

$3! \,.\, 24 = 144$ ordenamientos favorables.

n.° de ordenamientos en total de las 6 personas:

$6! = 720$

Por lo tanto, la probabilidad de que las hermanas estén siempre juntas es:

$\frac{144}{720} = \frac{1}{5}$

Clave B

20 A: Juan la visite $\Rightarrow P(A) = \frac{4}{5}$

B: Pedro la visite $\Rightarrow P(B) = \frac{2}{3}$

C: Alberto la visite $\Rightarrow P(C) = \frac{3}{7}$

La probabilidad que ese día se encuentren los 4 amigos es:

$P(A) \,.\, P(B) \,.\, P(C) = \frac{4}{5} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{7} = \frac{8}{35}$

La probabilidad de que nadie la visite es:

$P(A') \,.\, P(B') \,.\, P(C') = \frac{1}{5} \times \frac{1}{3} \times \frac{4}{7} = \frac{4}{105}$

Por lo tanto, la probabilidad de que alguien la visite es:

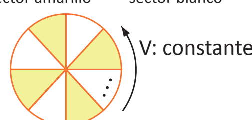
$1 - \frac{4}{105} = \frac{101}{105}$

Clave B

NIVEL 3 (página 248)

21 Por dato suponemos que la probabilidad de que un dardo caiga sobre una superficie es proporcional al área de esta, entonces:

$A_{\text{sector amarillo}} = A_{\text{sector blanco}} = A$





M: el dardo cae en el sector rojo

P(M) ——— A

1 ——— 2A $\quad \therefore P(M) = \dfrac{A}{2A} = \dfrac{1}{2}$

Clave D

22 A: se escoge 10 fotos al azar.

$n(A) = 10 \Rightarrow P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{10}{100} = \dfrac{1}{10}$

B: obtener la foto especial.

$n(A \cap B) = 1$

$P(A \cap B) = \dfrac{n(A \cap B)}{n(\Omega)} = \dfrac{1}{100}$

$\therefore P(B/A) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(A)} = \dfrac{\frac{1}{100}}{\frac{1}{10}} = 0{,}1$

Clave C

23 A: resulten 4 caras y 4 sellos

$P(A) = \dfrac{C_4^7 \times C_4^8}{C_8^{15}} = \dfrac{35 \times 70}{6435} = \dfrac{490}{1287}$

Clave D

24 Una reina y un rey pueden sacarse cada uno de $C_1^4 = 4$ maneras.

Dos cartas cualesquiera pueden sacarse de C_2^{52} maneras.

Luego: $P = \dfrac{C_1^4 \times C_1^4}{C_2^{52}} = \dfrac{4 \times 4}{1326} = \dfrac{8}{663}$

Clave C

25 Evento A: selección de 3 miembros en los que exactamente hay 2 químicos

$\Rightarrow P(A) = \dfrac{C_1^4 \times C_2^5}{C_3^9} = \dfrac{4 \times 10}{84} = \dfrac{10}{21}$

Clave B

26 $n(\Omega) = 2^9 = 512$

A: obtener al menos 3 caras.

C_3^9: n.° de veces que salen 3 caras exactamente.

C_4^9: n.° de veces que salen 4 caras exactamente.

⋮

C_9^9: n.° de veces que salen 9 caras exactamente.

$\Rightarrow P(A) = \dfrac{C_3^9 + C_4^9 + C_5^9 + C_6^9 + C_7^9 + C_8^9 + C_9^9}{512}$

$P(A) = \dfrac{466}{512} = \dfrac{233}{256}$

Clave C

27 A: obtener tres caramelos (uno de cada sabor).

$n(A) = C_1^5 \times C_1^4 \times C_1^2 = 5 \,.\, 4 \,.\, 2 = 40$

Ω: obtener 3 de los 11 caramelos

$n(\Omega) = C_3^{11} = 165 \quad \therefore P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{40}{165} = \dfrac{8}{33}$

Clave E

28 $\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\} \Rightarrow n(\Omega) = 6$

A: obtener un número impar

$A = \{1; 3; 5\} \Rightarrow n(A) = 3$

$P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{3}{6} = \dfrac{1}{2}$

B: obtener un número primo.

$B = \{2; 3; 5\} \quad \Rightarrow A \cap B = \{3; 5\} \quad \Rightarrow n(A \cap B) = 2$

$P(A \cap B) = \dfrac{n(A \cap B)}{n(\Omega)} = \dfrac{2}{6} = \dfrac{1}{3}$

$\therefore P(B/A) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(A)} = \dfrac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{2}} = \dfrac{2}{3}$

Clave D

29 A: obtener números diferentes.

$A = \{(1; 2), (1; 3), (1; 4), (1; 5), (1; 6), (2; 1), (2; 3), (2; 4), (2; 5), (2; 6), (3; 1), (3; 2), (3; 4), (3; 5), (3; 6), (4; 1), (4; 2), (4; 3), (4; 5), (4; 6), (5; 1), (5; 2), (5; 3), (5; 4), (5; 6), (6; 1), (6; 2), (6; 3), (6; 4), (6; 5)\}$

$\Rightarrow n(A) = 30$

$P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{30}{36} = \dfrac{5}{6}$

B: la suma es impar

$B = \{(1; 2), (1; 4), (1; 6), (2; 1), (2; 3), (2; 5), (3; 2), (3; 4), (3; 6), (4; 1), (4; 3), (4; 5), (5; 2), (5; 4), (5; 6), (6; 1), (6; 3), (6; 5)\}$

$A \cap B = B \Rightarrow n(A \cap B) = n(B) = 18$

$\Rightarrow P(A \cap B) = \dfrac{n(A \cap B)}{n(\Omega)} = \dfrac{18}{36} = \dfrac{1}{2}$

$\therefore P(B/A) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(A)} = \dfrac{\frac{1}{2}}{\frac{5}{6}} = \dfrac{3}{5}$

Clave B

30 A: obtener 3 caras

B: obtener una suma igual a 11

$A = \{CCCS; CCSC; CSCC; SCCC\} \Rightarrow n(A) = 4$

$B = \{(5; 6), (6; 5)\} \Rightarrow n(B) = 2$

Ω_1: espacio muestral de lanzar 4 veces una moneda

$\Rightarrow n(\Omega_1) = 2^4 = 16$

Ω_2: espacio muestral de obtener una suma igual a 11

$\Rightarrow n(\Omega_2) = 6^2 = 36$

$\Rightarrow P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega_1)} = \dfrac{4}{16} = \dfrac{1}{4}$

$\Rightarrow P(B) = \dfrac{n(B)}{n(\Omega_2)} = \dfrac{2}{36} = \dfrac{1}{18}$

Por lo tanto, la probabilidad de obtener exactamente 3 caras y una suma igual a 11 es:

$P(A) \,.\, P(B) = \dfrac{1}{4} \times \dfrac{1}{18} = \dfrac{1}{72}$

Clave D

Unidad 4

Lógica proposicional

ACTIVIDADES DE RAZONAMIENTO (página 256)

1

p	q	[(p ∨ q)	⇒	q]	⟺	q
V	V	V	V	V	V	V
V	F	V	F	F	V	F
F	V	V	V	V	V	V
F	F	F	V	F	F	F

Clave D

2

p	q	t	(p △ t)	⇒	(q ⇒ t)
V	V	V	F	V	V
V	V	F	V	F	F
V	F	V	F	V	V
V	F	F	V	V	V
F	V	V	V	V	V
F	V	F	F	V	F
F	F	V	V	V	V
F	F	F	F	V	V

∴ 7 – 1 = 6

Clave C

3 s ⇒ t ≡ F; r ∧ s ≡ F ; q ∨ r ≡ V
V F F V V F
p ⇔ q ≡ F
F V
Luego: p ≡ F; q ≡ V; r ≡ F; s ≡ V y t ≡ F

Clave B

4 [(r ∨ ~q) ∧ (p ∨ s)] ⇒ (~ r ∨ q) ≡ F
La condicional es falsa cuando el antecedente es V y el consecuente F.
Luego:
(~ r ∨ q) ≡ F
F F
∴ q ≡ F y r ≡ V

Clave B

5 [(~p ∨ q) ∨ ~r] ≡ F
La disyunción débil es falsa cuando ambas proposiciones son falsas.
Luego:
~p ∨ q ≡ F ; ~r ≡ F
F F V
p ≡ V ; q ≡ F ; r ≡ V
Reemplazando:
I. (p ∧ r) ⇒ (p ∨ q)
V ∧ V ⇒ V ∨ F
V ⇒ V ≡ V

II. (~p ∨ ~q) ⇔ (p ∧ q)
V F V F
F ∨ V ⇔ F
V ⇔ F ≡ F

III. (~p ∨ ~r) ⇒ (p ∧ ~r)
F ∨ F V ∧ F
F ⇒ F ≡ V

Clave D

6 Elaborando la tabla de verdad para cada esquema:

I.

p	q	~	(p ∨ q)	∨	~q
V	V	F	V	F	F
V	F	F	V	V	V
F	V	F	V	F	F
F	F	V	F	V	V

II.

q	r	[(q	∨	~r)	∧	q]	⟺	q
V	V	V	V	F	V	V	V	V
V	F	V	V	V	V	V	V	V
F	V	F	F	F	F	F	V	F
F	F	F	V	V	F	F	V	F

III.

p	q	r	~	[~q	∧	(p ∨ q)]	⇒	(~p	∨	r)
V	V	V	V	F	F	V	V	F	V	V
V	V	F	V	F	F	V	F	F	F	F
V	F	V	F	V	V	V	V	F	V	V
V	F	F	F	V	V	V	V	F	F	F
F	V	V	V	F	F	V	V	V	V	V
F	V	F	V	F	F	V	V	V	V	F
F	F	V	V	V	F	F	V	V	V	V
F	F	F	V	V	F	F	V	V	V	F

Clave B

7 Reemplazando los valores:
I. (p ∨ q) ∧ ~r
V F V
V ∧ V ≡ V
II. [(p ∨ q) ∧ (q ∨ r)] ∨ r
(V ∨ F) ∧ (F ∨ F)] ∨ F
V ∧ F
F ∨ F ≡ F
III. [(p ∧ r) ∨ ~q] ∧ ~p
[(V ∧ F) ∨ V] ∧ F
[F ∨ V] ∧ F
V ∧ F ≡ F

Clave C



8 Elaborando la tabla de verdad:

p	q	r	[(p ⇒ q)	∧	(~q	∨	r)]	⇒	(~p	∨	r)
V	V	V	V	V	F	V	V	V	F	V	V
V	V	F	V	F	F	F	F	V	F	F	F
V	F	V	F	F	V	V	V	V	F	V	V
V	F	F	F	F	V	V	F	V	F	F	F
F	V	V	V	V	F	V	V	V	V	V	V
F	V	F	V	F	F	F	F	V	V	V	F
F	F	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V
F	F	F	V	V	V	V	F	V	V	V	F

Clave D

9 ~[(~p ∨ ~q) ⇒ ~q] ∨ q
≡ ~[~(~p ∨ ~q) ∨ ~q] ∨ q
≡ ~[(p ∧ q) ∨ ~q] ∨ q
≡ [~(p ∧ q) ∧ q] ∨ q
≡ q ∨ [q ∧ ~(p ∧ q)]
≡ q

Clave B

10 [(~p ∧ q) ⇒ ~(r ∧ ~r)] ∧ ~q
≡ [(~p ∧ q) ⇒ ~F] ∧ ~q
≡ [~(~p ∧ q) ∨ V] ∧ ~q
≡ V ∧ ~q ≡ ~q

Clave A

11 ~{(p ∧ q) ∨ [p ∧ (~p ∨ q)]}
~{(p ∧ q) ∨ [(p ∧ ~p) ∨ (p ∧ q)]}
~{(p ∧ q) ∨ [F ∨ (p ∧ q)]}
~{(p ∧ q) ∨ (p ∧ q)}
~(p ∧ q)

Clave B

12 p: Ana trabaja
q: Ana viaja
Luego: [(p ∨ q) ⇒ ~p] ⇒ q

Clave C

13 p: Luis va al cine
q: Luis tiene dinero
Luego: [(q ⇒ p) ∧ ~q] ⇒ ~p

Clave B

14 p: Giuliana es bonita
q: Giuliana es feliz
r: Giuliana es joven
Luego: [(p ∧ ~q) ∧ (q ∨ r)] ⇒ p

Clave A

REFUERZA PRACTICANDO

NIVEL 1 (página 258)

1

p	q	(p ∨ q)	⇔	(~p	⇒	q)
V	V	V	V	F	V	V
V	F	V	V	F	V	F
F	V	V	V	V	V	V
F	F	F	V	V	F	F

∴ Es una tautología. **Clave A**

2

p	q	[(p ∧ q)	∨	q]	∧	~q
V	V	V	V	V	F	F
V	F	F	F	F	F	V
F	V	F	V	V	F	F
F	F	F	F	F	F	V

∴ Es una contradicción. **Clave C**

3

p	q	(p ⇒ q)	∨	(p ⇔ q)
V	V	V	V	V
V	F	F	F	F
F	V	V	V	F
F	F	V	V	V

∴ Es una contingencia. **Clave D**

4

p	q	(~p	∨	q)	⇒	(~q	⇒	~p)
V	V	F	V	V	V	F	V	F
V	F	F	F	F	V	V	F	F
F	V	V	V	V	V	F	V	V
F	F	V	V	F	V	V	V	V

∴ Es una tautología. **Clave E**

5

p	q	(p	∧	~q)	⇔	~(~p		∨	q)
V	V	V	F	F	V	F	F	V	V
V	F	V	V	V	V	V	F	F	F
F	V	F	F	F	V	F	V	V	V
F	F	F	F	V	V	F	V	V	F

∴ Es una tautología.

Clave B

6

p	q	~q	⇒	[(p ⇒ q)	∧	~p]
V	V	F	V	V	F	F
V	F	V	F	F	F	F
F	V	F	V	V	V	V
F	F	V	V	V	V	V

∴ Es una contingencia.

Clave C

7

p	q	[(p	⇒	q)	∧	~q]	⇒	~p
V	V	V	V	V	F	F	V	F
V	F	V	F	F	F	V	V	F
F	V	F	V	V	F	F	V	V
F	F	F	V	F	V	V	V	V

∴ Es una tautología.

Clave D



8

p	q	(p ∧ q)	∧	(p	⇒	~q)
V	V	V	F	V	F	F
V	F	F	F	V	V	V
F	V	F	F	F	V	F
F	F	F	F	F	V	V

∴ Es una contradicción.

Clave E

9

p	q	~	(p ⇒ q)	⇔	~	(~q	∨	p)
V	V	F	V	V	F	F	V	V
V	F	V	F	F	F	V	V	V
F	V	F	V	F	V	F	F	F
F	F	F	V	V	F	V	V	F

∴ Es una contingencia.

Clave B

NIVEL 2 (página 258)

10 Del problema

$(p \Rightarrow \sim q) = F \Rightarrow \begin{cases} p = V \\ q = V \end{cases}$

$(\sim r \Rightarrow \sim s) = F \Rightarrow \begin{cases} r = F \\ s = V \end{cases}$

Al reemplazar se tendrá:

$\sim(\sim q \vee \sim s) \Rightarrow \sim p$

F F

(F)

V F

(F)

Clave A

11 Del problema 11:

$\sim(\sim r \wedge s) \Rightarrow (\sim p \Rightarrow q)$

V V F V

(V)

F V

(V)

Clave E

12 Del problema 11:

$p \Rightarrow \sim [q \Rightarrow \sim(s \Rightarrow r)]$

V V V F

F

V

V

F

(F)

Clave B

13 $(p \Rightarrow q) \Rightarrow r$

F o V V

(V)

Clave A

14 $(p \vee q) \Leftrightarrow (\sim p \wedge \sim q)$

V F

V F

(F)

Clave C

15 $(p \wedge q) \Rightarrow (p \wedge r)$

V V F

? F

No se puede determinar, depende del valor que toma q.

Clave D

16 $p \wedge (q \Rightarrow r)$

? V

V

No se puede determinar, depende del valor que tome p.

Clave A

17 Se sabe que: $p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q$, luego, aplicando esta propiedad dentro del corchete:

$\sim[(p \wedge \sim q) \vee p] \vee q$

Conmutativa

$\sim[p \vee (p \wedge \sim q)] \vee q$

Absorción

$\sim[p] \vee q \equiv \sim p \vee q \equiv p \Rightarrow q$

Clave E

18 Se sabe que: $p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q$, luego aplicamos esta propiedad dentro del corchete:

$[(p \vee q) \Rightarrow (\sim p \wedge q)]$

$\sim(p \vee q) \vee (\sim p \wedge q)$; Condicional

$(\sim p \wedge \sim q) \vee (\sim p \wedge q)$; Distritutiva

$\sim p \wedge (\sim q \vee q)$; De complemento

$\sim p \wedge V$

$\sim p$

Clave B



NIVEL 3 (página 259)

19 Llueve: p

Hace sol: q

Los gallos cantan: r

Simbolizando: $\sim r \Rightarrow (\sim p \vee \sim q)$ **Clave C**

20 Llueve: p

Hace sol: q

Los gallos cantan: r

Simbolizando: $(p \wedge \sim r) \vee (q \wedge \sim r)$

Clave D

21 Las estrellas emiten luz: p

Los planetas reflejan la luz: q

Los planetas giran alrededor de las estrellas: r

Simbolizando: $(p \vee q) \wedge r$

Clave E

22 Las estrellas emiten luz: p

Los planetas reflejan la luz: q

Los planetas giran alrededor de las estrellas: r

Simbolizando: $p \Rightarrow (q \wedge r)$

Clave D

23 Pablo atiende en clase: p

Pablo estudia en casa: q

Pablo fracasa en los exámenes: r

Pablo es aplaudido: s

Simbolizando: $(\sim p \vee \sim q) \Rightarrow (r \wedge \sim s)$

Clave E

24 Pablo atiende en clase: p

Pablo estudia en casa: q

Pablo fracasa en los exámenes: r

Pablo es aplaudido: s

Simbolizando: $\sim(p \wedge q) \Rightarrow (r \vee \sim s)$

Clave C

25 Pablo atiende en clase: p

Pablo estudia en casa: q

Pablo fracasa en los exámenes: r

Pablo es aplaudido: s

Simbolizando: $(p \wedge q) \vee (r \wedge \sim s)$

Clave A

26 Pablo atiende en clase: p

Pablo estudia en casa: q

Pablo fracasa en los exámenes: r

Pablo es aplaudido: s

Simbolizando: $(p \wedge q) \Leftrightarrow \sim(r \wedge \sim s)$

Clave E

27 p: x = 1

q: y = 2

r: z = 3

s: w = 0

Simbolizando: $\{[(p \wedge q) \Rightarrow r] \wedge [(q \Rightarrow r) \Rightarrow s] \wedge p\} \Rightarrow s$

Clave E

28

p	q	p Φ q	~ (p ∧ q)
V	V	F	F V
V	F	F	F V
F	V	F	F V
F	F	V	V F

Se nota que: $p \,\Phi\, q \equiv \sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$

También nótese que: $p \,\Phi\, q \equiv q \,\Phi\, p$; $r \,\phi\, r \equiv \sim r$

Luego: $(p \,\Phi\, q) \,\Phi\, (q \,\Phi\, p) \equiv (p \,\Phi\, q) \,\Phi\, (p \,\Phi\, q)$

$\equiv \sim(p \,\Phi\, q) \equiv \sim[\sim (p \vee q)]$

$\equiv (p \vee q)$

Clave B

ACTIVIDADES DE RAZONAMIENTO (página 265)

1

OP RS UV

1; N; 3; Q; 9; T; 27; W; 81

×3 ×3 ×3 ×3

Clave C

2 Ayer: –1 Mañana: +1
Anteayer: –2
Pasado Mañana: +2
–1 – 2 – 1 + 2 = martes – 1
– 1 = martes
⇒ Hoy es miércoles
+1 +2 + 1 – 2 = + 2
∴ Pasado mañana es viernes.

Clave D

3 El número inferior de la izquierda elevado al número de la derecha resulta el número superior.
$2^2 = 4$; $3^2 = 9$; $1^5 = 1$; $3^1 \neq 6$; $2^3 = 8$

Clave D

4

Clave D

5

Clave C

6 Las figuras 2 y 4 son congruentes.

Clave B

7 Inicialmente:

Luego:

= 17
= 17

Clave C

8 Tanto la circunferencia pequeña como la figura interna giran en sentido antihorario.

Clave C

9 En cada gráfico, la figura que está interiormente se ubica exteriormente; entonces la figura que sigue es:

Clave E

10 El triángulo y la circunferencia giran en sentido horario de la siguiente manera:

○: 2; 1; 2
△: 2; 1; 2

El recuadro tramado avanza en sentido antihorario de la siguiente manera:

□: 2; 1; 2

La figura que continúa es:

Clave B

11 Sigue la figura:

Clave B

12 Sigue la figura:

Clave C

13 El círculo baja una posición de una figura a otra. A partir de la cuarta figura la secuencia se repite. La flecha de una a otra figura tiene sentido opuesto a la vez que avanza una posición a la izquierda.

Clave D

14 Las secuencias son:

1.ª: X0 4.ª: X0000
2.ª: X00 5.ª: X00000
3.ª: X000

Por lo tanto, en los recuadros vacíos corresponde: X00

Clave E

REFUERZA PRACTICANDO

NIVEL 1 (página 267)

1 La figura gira en sentido horario. Entonces, sigue:

Clave A

2 El sector circular sombreado gira en sentido horario. De la 1.ª a la 2.ª figura el sector circular avanzó dos posiciones, de la 2.ª a la 3.ª avanzó tres posiciones, de la 3.ª a la 4.ª, cuatro posiciones y así sucesivamente.

Clave C

3 La figura gira en sentido horario y un cuarto del cuadrado se trama alternadamente. La figura que sigue es:

Clave E

4 La figura 5 no continúa la secuencia de tramados.

Clave E

5 El polígono tiene n lados y la línea quebrada interior tiene (n – 1) lados.
Por lo tanto, sigue la figura:

Clave C

6 La figura se refleja horizontalmente, entonces sigue la figura:

Clave C

7 Las figuras en la sucesión son simétricas horizontalmente.

Clave E

8 Se nota que los giros son de 45°.

La figura que sigue es:

Clave B

9 Las figuras interiores de las figuras 1 y 3 alternan en la misma diagonal. Por lo tanto, la figura alternada de la figura 2 es:

Clave B

10

3 líneas 4 líneas 5 líneas 6 líneas

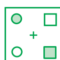
Entonces, sigue la figura con siete líneas.

Clave C



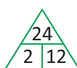
NIVEL 2 (página 268)

11 Las figuras van avanzando en sentido horario, entonces la figura que sigue es:



Clave C

12 El producto de los números de la parte inferior es igual al número de la parte superior. El 1.er número inferior disminuye de 2 en 2. El 2.º número inferior aumenta de tres en tres. La figura que continúa es:



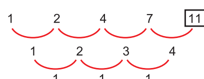
Clave A

13 La figura gira 180°. La que sigue es:



Clave B

14 Considerando la cantidad de líneas:



La figura que continúa debe tener 11 líneas.

Clave A

15 Observando las formas y el sentido de la trama, sigue la figura:



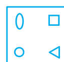
Clave B

16 De una figura a otra la circunferencia pasa de ser circunscrita a inscrita. Sigue la figura:



Clave C

17 Las cuatro figuras interiores giran en conjunto en sentido horario, pero además el triángulo y la elipse dan un giro horario de 90° de una posición a otra.



Clave E

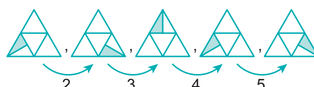
18 El punto avanza una posición en sentido horario. El cuadrado avanza en sentido antihorario una posición, luego dos, luego tres y así sucesivamente.

La figura que continúa es:



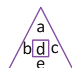
Clave E

19 Se observa que el tramado avanza de la siguiente manera:



Clave B

20 Analizando la primera analogía, la figura que sigue es:



Clave A

NIVEL 3 (página 270)

21 Se nota que la 2.ª figura es la mitad de la 1.ª, entonces la siguiente figura es:



Clave D

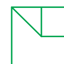
22 Todos los gráficos tienen cinco líneas excepto el quinto gráfico.

Clave E

23 Todas las figuras tienen cuatro regiones excepto la figura 5.

Clave E

24 Se nota que la figura gira en sentido antihorario. Sigue la figura:

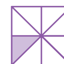


Clave C

25 Todas las figuras están formadas por dos letras A, excepto la figura 2.

Clave D

26 El triángulo sombreado se desplaza en sentido horario una posición de una figura a otra. La figura que sigue es:

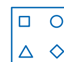


Clave E

27

Simetría horizontal
e intercambio de filas

Sigue una simetría horizontal y luego un intercambio de filas.



Clave B

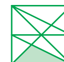
28 La cuerda 3 es diferente a las demás.

Clave B

29 La figura 2 tiene cuatro regiones tramadas mientras que las demás solo tienen 3 regiones tramadas.

Clave D

30 El tramado en la primera y tercera figura es opuesto. Entonces, el tramado opuesto a la segunda figura es:



Clave C

© Ediciones Lexicom S. A. C. - Editor.
RUC 20545774519
Jr. Dávalos Lissón 135, Cercado de Lima
Teléfonos: 331-1535 / 331-0968 / 332-3664 Fax: 330-2405
E-mail: ventas_escolar@edicioneslexicom.com
www.editorialsanmarcos.com

Impresión:
Editorial San Marcos, de Aníbal Jesús Paredes Galván
Av. Las Lomas 1600, Urb. Mangomarca, Lima, S.J.L.
RUC 10090984344